- $F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2} \sim \mathcal{F}$ Comparaison de 2 moyennes.

Il faut que $F \leq \mathcal{F}$

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1) s_1^2 + (n_2 - 1) s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \qquad T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \underset{H_0}{\sim} St(n_1 + n_2 - 2)$$

- Comparaison de 2 proportions $Z = \dfrac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}$

- Test sur une moyenne $Z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ si σ inconnue $s^2 = \dfrac{\Sigma(x_i - x)^2}{n-1}$

- $IC(\mu) \rightarrow$ si σ connu

$$\left[\bar{x} - q_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + q_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

si σ inconnu

$$\left[\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

$IC(\sigma^2) \rightarrow$ si μ connu

$$\left[\frac{\Sigma(x_i - x)^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)} ; \frac{\Sigma(x_i - x)^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)} \right]$$

- si μ inconnu

$$\left[\frac{\Sigma(x_i - x)^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)} ; \frac{\Sigma(x_i - x)^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)} \right]$$

$$IC(p) = \left[\hat{p} - q_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} ; \hat{p} + q_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

STATISTIQUES 1

- Interval de confiance, $IC(\mu)$, d'une moyenne

→ si σ^2 connu

$$IC(\mu) = \left[\bar{x} - \cancel{q}\,z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{m}} \; ; \; \bar{x} + \cancel{q}\,z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{m}} \right]$$ Table normale

$\phi(z_{\alpha/2}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

à connaître : $\alpha = 5\% \quad z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96$

$\alpha = 10\% \quad z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}645$

→ si σ^2 inconnu

$$IC(\mu) = \left[\bar{x} - t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{m}} \; ; \; \bar{x} + t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{m}} \right]$$ Table Student

s : écart type estimé = $\sqrt{\text{var. estimé}}$

$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$ ⇒ Student (sur la table de Student)

$$\begin{array}{c} 1 - \frac{\alpha}{2} \\ \downarrow \\ n-1 \longrightarrow t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \end{array}$$

- Interval de confiance d'une variance $IC(\sigma^2)$

→ si μ est connu (très rare)

$$IC(\sigma^2) = \left[\frac{\Sigma (x_i - \mu)^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n)} \; , \; \frac{\Sigma (x_i - \mu)^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)} \right]$$ Table χ^2

$n = 10 \quad \alpha = 5\%$

$$\begin{array}{c} 0{,}025 \\ \downarrow \\ 10 \longrightarrow 20{,}5 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 1 - \frac{\alpha}{2} \\ \downarrow \\ 10 \longrightarrow 3{,}25 \end{array}$$

→ si μ est inconnu

$$IC(\sigma^2) = \left[\frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)} \; , \; \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)} \right]$$

- Interval de confiance de p, $IC(p)$.

n : échantillon

$\hat{p}$: proportion de l'échantillon

$$IC(p) = \left[\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{m}} \; ; \; \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{m}} \right]$$

$$\hat{\theta}_{MV} = \frac{\Sigma \ln x_i - \Sigma \ln x_0}{m}$$

Convergence en loi : (X_n) suite de var
(X_n) cv en loi vers X si : $\lim_{n \to \infty} F_{X_n}(x) = F_X(x)$

• Convergence en proba : (X_n) suite de v.a.r
(X_n) cv en proba vers X si : $\forall \varepsilon > 0$
$$\lim_{n \to \infty} P(|X_n - X| > \varepsilon) = 0$$

• Convergence en moyenne quadratique : (X_n) suite de v.a.r.
(X_n) cv en moyenne quadratique vers X si :
$$\lim_{n \to \infty} E((X_n - X)^2) = 0$$

• Théorème central limite : (X_n) suite de v.a.r. de m̂ loi que X tq $E(X) = \mu$, $Var(X) = \sigma^2$

$$\bar{X_n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$$
et $V_n = \sqrt{n} \dfrac{(\bar{X_n} - \mu)}{\sigma} \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0,1)$

• ~~Erreur quadratique moyenne : $EQM(\hat{\theta}_n) = E((\hat{\theta}_n - \theta))^2$~~
~~Soit $\hat{\theta}_n$ un estimateur de θ. On appelle EQM de $\hat{\theta}_n$, la quantité~~
~~$EQM(\hat{\theta}_n) = E[(\hat{\theta}_n - \theta)^2] = [g(\theta) \in \mathbb{R}^+]$~~

• Loi faible des grands nombres : (X_n) suite de v.a.r comme X avec $E(X) = \mu < \infty$
Soit $\bar{X_n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$ alors $X_n \xrightarrow[n \to \infty]{P} Y$ où $Y \sim \delta_\mu$.

$$EQM(\hat{\theta}_n) = E[(\hat{\theta}_n - \theta)^2]$$
$$= E[(\hat{\theta}_n - \theta)]^2 + V(\hat{\theta}_n - \theta)$$
$$= [E(\hat{\theta}_n) - E(\theta)]^2 + V(\hat{\theta}_n)$$
$$= \text{biais}^2(\hat{\theta}_n) + V(\hat{\theta}_n)$$