

Chapitre 11 : Le « Néo-ricardianisme » de Piero SRAFFA

11.1) Introduction : Piero SRAFFA - Biographie et Bibliographie

Nous utilisons deux documents : la biographie du Manuel de Deleplace (P 453 et 454), ainsi que la biographie anglaise du (<http://cepa.newschool.edu/het/>). Ce document se trouve dans le dossier de cours N° 6.2)

SRAFFA : « *un géant du siècle* » naît à Turin en 1898, et décède en 1983 à Cambridge. La première partie de sa vie intellectuelle se déroule en Italie, à Cagliari. Après avoir soutenu une thèse en 1920 *sur l'inflation italienne*, il poursuit ses recherches pour dénoncer le rôle des grandes banques italiennes. Il est aussitôt taxé de traître par Mussolini, et ne conserve pas sa chaire de Professeur à Cagliari, préférant répondre à l'invitation que lui a adressé Keynes pour le rejoindre à Cambridge. Ses inimitiés avec le fascisme l'avaient conduit à rejoindre *l'Ordine Nuovo*, groupe socialiste et révolutionnaire dont Antonio Gramsci avait pris la tête. Ce communiste italien restera, jusqu'à sa mort dans les prisons de Mussolini, l'ami de Sraffa qui le soutiendra de Cambridge. La seconde partie de sa vie se déroule donc en Angleterre, à Cambridge où son nom restera pour la postérité accolé à celui de ses plus proches amis : Keynes, le philosophe Ludwig Wittgenstein, Mss Joan Robinson (détachée des hommes sauf Sraffa), et le jeune mathématicien et philosophe Frank Ramsey. Ce groupe est connu par les anglais sous l'expression : « *the legendary "cafeteria group"* ». Sa particularité était de craindre l'activité d'enseignement et de travailler énormément dès qu'on lui confia la tâche de bibliothécaire.

D'abord perçu comme un « *marxiste* » plutôt orthodoxe, il apparaîtra peu à peu comme le père du *renouveau classique, ricardien* en particulier, d'où naîtra le « *néo-ricardianisme* »), en rupture avec *la Première Ecole de Cambridge*, celle d'A. Marshall.

Son œuvre est dominé par la **concision** (il publie peu et se considère lui-même comme un « *écrivain très lent* ») et la **rigueur** (son expression littérale est comme le montre F. Van de Velde, de la mathématique –du calcul matriciel- appliquée). Nous ajoutons qu'il démêle des écheveaux impossibles à démêler pour les autres. Par exemple, c'est à lui que s'adressera Keynes pour calmer l'ardeur de Hayek, correspondant et critique de Keynes, parce que ce dernier croulait sous la « *folie* » des arguments de Hayek. Quant à l'écheveau des *rendements marshalliens*, il fallait toute la perspicacité et la logique sraffaïenne pour y voir clair.

Cette œuvre est consacrée par un ouvrage monumental (bien que court : moins de 100 pages), un article *théorique fondamental* pour la réflexion économique. D'autres publications sont importantes également au sein de la réflexion Cambridge, où il introduit Ricardo en consacrant un effort hors du commun à publier entre 1951 et 1973 l'œuvre complète de Ricardo (« *The works and correspondence of David Ricardo* »).

- **L'ouvrage** date de 1960 est intitulé : « *Production of Commodities by Means of Commodities: Prelude to a critique of economic theory* » . La traduction française a été réalisée par le Professeur S. Latouche sous le titre : « *Production de marchandises par des marchandises .Prélude à une critique de la théorie économique* » - Dunod, 1999 (traduit une 1^{ère} fois en 1970). Le sous titre est éloquent : le raisonnement ricardien sur la valeur étant justifié, *la théorie de la valeur utilité* devient caduque.

La présentation de l'ouvrage par l'Editeur français est la suivante, et comporte le plan de l'ouvrage : [C23]

Présentation de « Production de marchandises par des marchandises »

Par l'Editeur DUNOD

Avec cet ouvrage publié pour la première fois en 1960 en anglais et en 1970 en français, Piero Sraffa prend position sur les fondements de la théorie économique moderne, c'est-à-dire les relations entre le système des prix relatifs des marchandises, les variables de répartition (salaires, profits, rentes), le capital fixe, les ressources naturelles et les techniques de production.

En rupture avec l'analyse marginaliste, il raisonne à quantités données de marchandises produites et utilisées dans leur production. Les problèmes relatifs aux proportions entre « facteurs de production » et à leurs rendements sont ainsi hors sujet ; en cela, l'ouvrage engage une critique de la théorie économique dominante.

Cette approche renoue avec la grande tradition classique de Quesnay, Smith ; Ricardo et Marx, dont elle donne une formulation moderne permettant d'établir un résultat essentiel pour la compréhension de l'économie : l'existence d'une relation inverse entre le taux de profit et les salaires.

Unique ouvrage de Piero Sraffa, ce livre, dont la formalisation est très accessible, fait partie de la bibliothèque idéale des étudiants et de tous ceux qui s'intéressent à la théorie économique.

Sommaire :

Branches à produit unique et capital circulant. La production de subsistance. La production avec surplus. Les proportions entre le travail et les moyens de production. La marchandise-étalon. L'unicité du système-étalon. La réduction à des quantités datées de travail. **Branches à produit multiple et capital fixe.** La production conjointe. Le système-étalon avec des produits joints. Autres effets de la production jointe. Le capital fixe. La terre. **Le changement des méthodes de production.** Appendices. Index

- **L'article** est la somme de deux articles : l'un de 1925 : « *Sulle Relazioni fra Costo e Quantita Perdotta* » (Annali di Economia.), l'autre de 1926 : « "*The Laws of Returns under Competitive Conditions*", (Economic Journal) – [Ces deux articles sont traduits, présentés et publiés par G. Faccarello dans : « *Ecrits d'Economie Politique* » - Economica – 1975] . La relation marshallienne entre « *Coûts et quantités* » est revue et corrigée, pour ouvrir la voie à la théorie de la *Concurrence imparfaite*. Ce travail de critique est prolongé en 1930 par la publication de : « "*Increasing Returns and the Representative Firm*", *EJ*, qui met fin aux hypothèses de Marshall.
- Sraffa participe également au débat monétaire de son époque dans : « *Dr. Hayek on Money and Capital* » publié en 1932, *EJ*. Cet article est une critique des théories monétaires de Hayek et Wicksell (avec au centre *le taux de l'intérêt*).[C24]

Nous étudierons donc ces deux apports de Sraffa : « *Production of Commodities...* » d'une part et « *Sulle Relazioni...* » ainsi que « "*The Laws of Returns...*" » d'autre part.

11.2) Production de marchandises par des marchandises : *Le modèle de Sraffa*

I) L'objet du modèle

Le modèle de Sraffa a pour objet la recherche et la démonstration de l'existence d'une théorie de la valeur des biens, indépendante de la *loi de l'offre et de la demande* et donc du marché. Il est donc comme l'indique le sous titre de l'ouvrage, un « *prélude à une critique de la théorie économique*. Cette théorie est nommément désignée comme étant celle de la théorie symétrique de la détermination de la valeur et des prix, telle que l'a exposée Marshall, dans les « *Principes* ». Dans « *Sur les relations...* » (Extrait joint au dossier N° 6.1), il cite Marshall qui appelait sa doctrine : « *la symétrie fondamentale des relations générales de l'offre et de la demande par rapport au prix* ». Nous avons vu comment cette symétrie découlait d'un choix à la fois classique et néo classique, permettant de définir les *déterminants de l'offre et de la demande*. Nous avons insisté sur la place prise chez Marshall, dans la fonction d'offre, par les coûts de production, et consécutivement par les rendements.

Sur la base de toutes ces hypothèses, dont certaines sont ricardiennes, Marshall produit et renouvelle *l'équilibre partiel par la loi de l'offre et de la demande*.

Cet édifice, déjà remis en cause par l'américain John Maurice Clark (dans *The Economics of Overhead Costs*, 1923, ou « *l'économie des coûts fixes* »), puis par Sraffa dans « *Sur la relation...* », s'effondre définitivement sous le coup d'une critique, dont la rigueur ne saurait être contestée, qui porte atteinte à *la théorie néo-classique de la valeur sous sa version Marshallienne*.

Même si le texte de Sraffa demeure tempéré, on peut pourtant reprendre l'expression de « *critique destructrice* » utilisée (mais non partagée) par B. Delmas, pour qualifier la critique de Sraffa.

Tout se passe comme si Marshall avait selon Sraffa mésinterprété la théorie classique des coûts de production, et donc que celle-ci se retournait contre la théorie néo-classique elle-même.

En conclusion on définira de manière précise l'objet du modèle en disant qu'il s'agit d'une ***analyse de la relation entre répartition du revenu et système de prix relatif***.

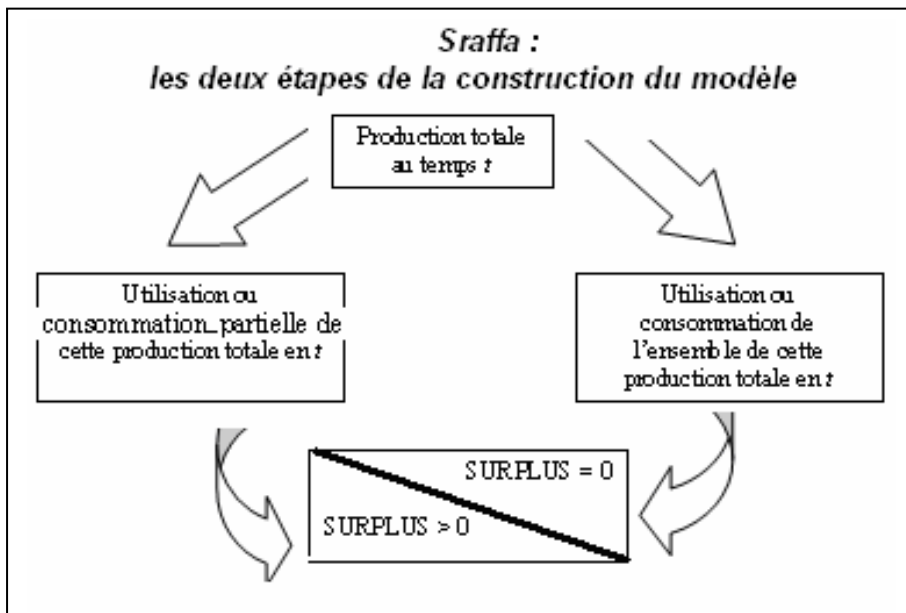
L'ainsi nommé « *modèle de Sraffa* » est un *modèle macroéconomique de reproduction d'un système de production*, que l'auteur voulait proche de celui de Quesnay.

L'architecture est construite en deux étapes :

* La première étape est celle de la production de subsistance, aussi appelée « *modèle sans surplus* ».

* La seconde est celle de la production avec surplus, ou « *modèle avec surplus* ».

La différence entre les deux étapes peut schématiquement être illustrée de la manière suivante :



Remarque

On trouvera en annexe à ce chapitre P.29, la présentation *matricielle* du modèle de Sraffa, suggérée par Franck Van de Velde.

II) Le système d'équations initial

On peut d'ores et déjà poser les systèmes d'équations successifs en les numérotant (voir le document de cours N°6.1). Ils seront commentés ensuite.

Les marchandises produites sont : a, b, \dots, k ; leur quantités sont notées : A, B, \dots, K

Leur « valeur unitaire » : P_a, P_b, \dots, P_k

Par conséquent : A_a, B_a, \dots, K_a représente la quantité de marchandises (a, b, \dots, k) utilisée dans la production de la marchandise A. Il en est de même pour les autres marchandises B ..à...K.

Système d'équation 1 : production sans surplus

$$A_a P_a + B_a P_b + \dots + K_a P_k = A P_a$$

$$A_b P_a + B_b P_b + \dots + K_b P_k = B P_b$$

.....

$$A_k P_a + B_k P_b + \dots + K_k P_k = K P_k$$

Système d'équation .2 : production avec surplus sans salaire ($r = \text{taux de profit}$)

$$(A_a P_a + B_a P_b + \dots + K_a P_k) (1+r) = A P_a$$

$$(A_b P_a + B_b P_b + \dots + K_b P_k) (1+r) = B P_b$$

.....

$$(A_k P_a + B_k P_b + \dots + K_k P_k) (1+r) = K P_k$$

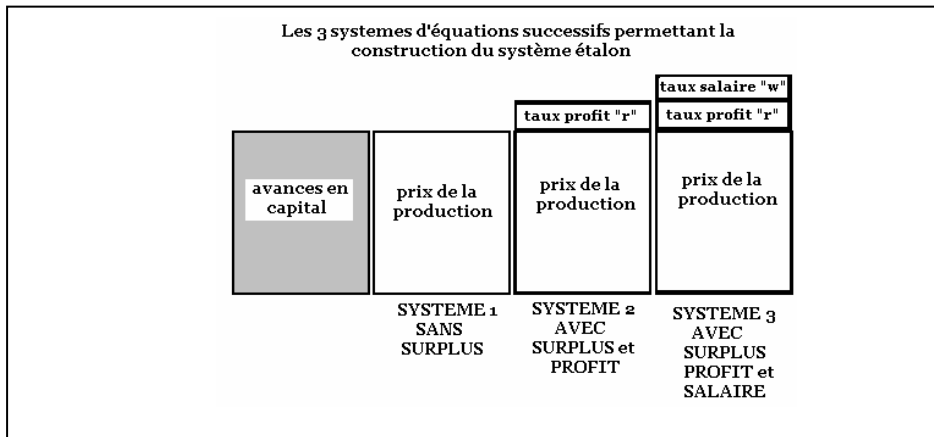
Système d'équation .3 : production avec surplus et salaire ($w = \text{taux de salaire}$; $L = \text{quantités de travail}$)

$$(A_a P_a + B_a P_b + \dots + K_a P_k) (1+r) L_a w = A P_a$$

$$(A_b P_a + B_b P_b + \dots + K_b P_k) (1+r) L_b w = B P_b$$

.....

$$(A_k P_a + B_k P_b + \dots + K_k P_k) (1+r) L_k w = K P_k$$



III) La production de subsistance ou production sans surplus

« Considérons une société extrêmement simple qui ne produit que ce qui est nécessaire pour continuer à subsister. Les marchandises sont produites par des branches différentes et sont échangées les unes contre les autres sur un marché qui se tient après la récolte » (Sraffa : « Production de marchandises... », op. cit, P7) [C25]

Soit alors deux marchandises (blé et fer) produites suivant **les méthodes de production** données par le système d'équation suivant :

$$\begin{aligned} 280q \text{ blé} + 12t \text{ fer} &= 400q \text{ blé} \\ 120q \text{ blé} + 8t \text{ fer} &= 20t \text{ fer} \end{aligned}$$

On en déduit la condition de la reproduction à l'identique : *il suffit que le rapport d'échange entre blé et fer soit de 1 blé = 10 fer* (puisque'il faut 12 fer pour produire le blé, et 120 blé pour produire le fer. En divisant par 10 on obtient 1 contre 10).

On suppose l'adjonction d'une troisième branche de production : le porc. Le système s'écrit par exemple :

$$\begin{aligned} 240q \text{ blé} + 12t \text{ fer} + 18 \text{ porcs} &= 450q \text{ blé} \\ 90q \text{ blé} + 6t \text{ fer} + 12 \text{ porcs} &= 21t \text{ fer} \\ 120q \text{ blé} + 3t \text{ fer} + 30 \text{ porcs} &= 60 \text{ porcs} \end{aligned}$$

Si, comme dans le système précédent (limité à 2 biens) on calcule des taux de change bilatéraux, on constatera que chaque marchandise possède plusieurs valeurs d'échange par rapport à une même autre marchandise. Ce qui s'explique par l'ordre dans lequel on choisit d'exprimer les taux. Dans ces conditions la solution revient au marché, et plus précisément à ce que Sraffa préfère nommer le « *commerce triangulaire* » (blé, fer, porc). Mais, l'équilibre qui en découle différera du *système de prix d'équilibre assurant la reproduction à l'identique*. Deux méthodes de calcul de ce système sont proposées dans l'encadré ci-dessous). On trouve : **1 fer = 10 blé = 2 porcs**.

Le système de prix d'équilibre existe.

Le système formel généralisée, qui est donné par les équations du *système 1* (encadré : *production sans surplus*), a pour inconnues les prix. Leur détermination suppose l'égalité entre le nombre d'équations et le nombre d'inconnues.

Comme nous savons que les quantités produites se distribuent selon la relation :

$$\begin{aligned} A_a P_a + B_a P_b + \dots + K_a P_k &= A P_a \\ A_b P_a + B_b P_b + \dots + K_b P_k &= B P_b \\ \dots & \dots \end{aligned}$$

$$A_k P_a + B_k P_b + \dots + K_k P_k = K P_k$$

Il est possible de passer de k équations à (k - 1) équations. Si on choisit de surcroît l'une des marchandises (i) comme étalon de mesure, alors son **prix relatif** (p_i) est par définition égal à 1, et il

ne reste plus que (k-1) inconnues. Le nombre d'équations (k-1) étant égal au nombre d'inconnues (k-1), le système est déterminé, ou admet une solution (voir application dans l'encadré).

ENCADRE RESUME DES SYSTEMES D'EQUATIONS 1, 2 ET 3

La production de subsistance ou production sans surplus

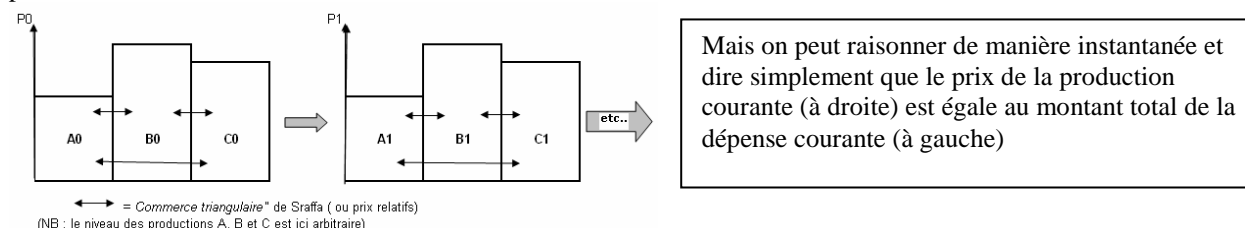
La définition du système d'équation N°1, simplifié : (P₀ = P₁)

K branches : A, BK et donc k marchandises : a, bk

Chacune des k marchandises est annuellement produite au moyen de marchandises (termes en A_a, B_a...K_k)

Les inconnues du système sont les prix de production : p_a, p_b,...p_k. Le système des prix de production est déterminé de sorte à permettre une reproduction à l'identique. Ce qui signifie : « *tout ce qui est produit* » est consommé, ou « *tout ce qui est consommé* » est égal à « *tout ce qui est produit* ». Ou encore : *la valeur de ce qu'une branche reçoit des autres est égale à la valeur qu'elle leur fournit.*

Aussi, si P désigne le prix de la production d'une branche, les indices 0 et 1, respectivement *la production antérieure* (termes en A_a, B_a...K_k) et *la production courante*, le modèle sans surplus se résout à la définition simple P₀ = P₁, laquelle vaut pour les branches A à K. Le passage de la période 0 à la période 1 peut être illustré (si on considère 3 branches), par :



Deux manières de résoudre le système d'équations

La résolution algébrique proprement dite du système : exemple du système (plus haut)

$$240q \text{ blé} + 12t \text{ fer} + 18 \text{ porcs} = 450q \text{ blé}$$

$$90q \text{ blé} + 6t \text{ fer} + 12 \text{ porcs} = 21t \text{ fer}$$

$$120q \text{ blé} + 3t \text{ fer} + 30 \text{ porcs} = 60 \text{ porcs}$$

$$240q + 12t + 18p = 450q \quad (1)$$

$$\text{Qui peut s'écrire : } 90q + 6t + 12p = 21t \quad (2)$$

$$120q + 3t + 30p = 60p \quad (3)$$

Homogénéisation du système :

$$(1)' \quad 450q - 240q - 12t - 18p = 0 \Leftrightarrow 210q - 12t - 18p = 0$$

$$(2)' \quad 21t - 90q - 6t - 12p = 0 \Leftrightarrow -90q + 15t - 12p = 0$$

$$(1)' + (2)' = 120q + 3t - 30p = 0 \Rightarrow 30p = 120q + 3t \Leftrightarrow 10p = 40q + t \quad \text{d'où } \mathbf{t = 10p - 40q}$$

Remplacement de t par sa valeur dans (1)

$$12(10p - 40q) + 18p = 450q - 240q \Leftrightarrow 120p - 480q + 18p = 210q \Rightarrow 138p = 690q \Leftrightarrow p = (690/138)q$$

$$\text{Et donc } p = 5q.$$

Détermination des valeurs de t, p et q

Comme $t = 10p - 40q$ en remplaçant (p) par $5q \Rightarrow t = 50q - 40q = 10q$. Enfin, $p = 5q \Leftrightarrow q = 1/5(p)$ or, $p = 10$ donc $q = 1/5(10) = 2$. Le système des prix relatifs s'écrit donc : $\mathbf{1t = 10q = 2p}$

L'existence d'une solution (un système de prix relatifs) peut aussi être démontrée par le calcul matriciel (voir l'annexe au chapitre 11)

Le système d'équation (1) de Sraffa comporte des *coefficients techniques de production*, que l'on peut appeler « $a_{i,j}$ », représentés par les termes du type B_a, K_b, A_k etc... Ils mesurent la part de la production d'une branche entrant dans la production d'une autre branche. Par exemple :

B_a = (part de la production B utilisée par la branche A) / (La production totale (A)).

On appelle alors matrice des « a_{ij} » composée de n lignes et n colonnes, la matrice $\mathcal{A}(n,n)$.

Les prix des marchandises forment également une matrice (un vecteur) composée de n lignes et 1 colonne, soit $\mathcal{P}(n,1)$.

Résoudre le système c'est démontrer que le vecteur de prix est solution de l'équation vectorielle : $\mathcal{A} \cdot \mathcal{P} = \mathcal{P}$

Mathématiquement, il doit être le vecteur propre associé à la valeur propre 1, de la matrice des « a_{ij} ». Il suffit donc de démontrer que la matrice \mathcal{A} possède « 1 » comme valeur propre, et que « 1 » est la plus grande valeur propre de \mathcal{A} . Ce qui assure que $\mathcal{P} \geq 0$.

Application : Sous l'hypothèse d'une indécomposabilité (ou « irréductibilité ») de la matrice, on démontre qu'il existe $\mathcal{P} > 0$ et unique (à une constante multiplicatrice près). Ce qui signifie que le système des prix relatifs de l'échange est parfaitement déterminé.

On pose que : il existe $X > 0$ tel que $X \cdot \mathcal{A} = X$. Si $X(1,n) = \mathcal{A}_i$ le vecteur des production (A,B ...K), alors le produit matriciel $X \cdot \mathcal{A}$ est le vecteur des consommations productives.

Par conséquent $X \cdot \mathcal{A} = X$ est l'écriture matricielle de l'hypothèse d'absence de surplus.

Enfin, si existe $\mathcal{P}(n,1)$ tel que $\mathcal{A} \cdot \mathcal{P} = \mathcal{P}$, comme \mathcal{A} est indécomposable, on peut conclure, suivant le théorème de Peron Froebenius, que $\mathcal{P} > 0$ et unique.

La production avec surplus sans salaire

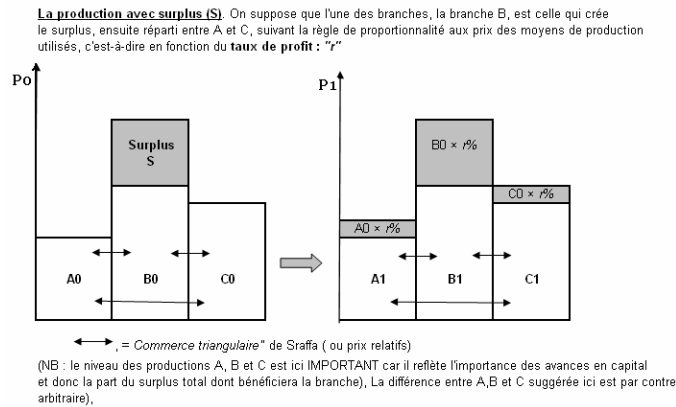
La définition du système d'équation N°2, simplifié : ($P_1 > P_0$)

Le modèle avec surplus ne peut plus s'écrire $P_0 = P_1$ (identité du prix de la production d'une période à l'autre), pour toutes les branches. Il est nécessaire qu'existe au moins une branche vérifiant $P_1 > P_0$. Cette branche génère un surplus ($P_1 - P_0 > 0$), réparti entre elle et les autres branches.

Le surplus a pour origine les avances en capital (pour P_0) de chaque branche. Il est donc proportionnel au prix des moyens de production employés et apparaît comme un taux, le *taux de profit* (« r »), posé comme uniforme dans l'ensemble de l'économie. Ce qui revient à constater la croissance de la production de chaque branche bénéficiaire du surplus, soit :

$P_1 = P_0 + (P_0 \times r) = P_0 (1+r)$ Toutes les branches vérifiant cette équations, on obtient le système d'équation N° 2.

Une illustration est donc :



Les équations et les inconnues du système N°2) et sa résolution

Soit k équations de production indépendantes, réductibles à $(k-1)$ équations (comme précédemment).

Les inconnues sont les $(k-1)$ prix relatifs plus le taux de profit r . Soit un nombre total d'inconnues égal à $(k-1+1) = k$.

Conclusion : le nombre d'équations est égal au nombre d'inconnues (soit k). Le système est donc déterminé.

La production avec surplus et salaire

La définition du système d'équation N°3, simplifié : ($P_1 > P_0$)

Elle est celle du système N°2 et comporte l'égalité $P_1 = P_0 (1+r)$. Si on s'en tient à cette expression, cela signifie que la dépense en travail (noté L), rémunéré suivant le taux de salaire (noté w) est traité comme un *salaire de subsistance ricardien*, ou une avance intégrée à P_0 . Telle n'est pas la méthode de Sraffa, qui définit la dépense en travail comme une part du surplus (une fois celui-ci réalisé), tout comme la dépense en capital donne lieu à la part « r » proportionnellement à l'avance intégrée. L'équation doit donc s'écrire :

$P_1 = P_0 + (P_0 \times r) + Lw_0$, soit : $P_1 = P_0 (1+r) + Lw_0$. Plus précisément, en considérant la seule branche A, l'équation est :

$$(A_a P_a + B_a P_b + \dots + K_a P_k)(1+r) + L_a w = A P_a \text{ ou simplement } A_0 (1+r) + L_a w = A_1 \text{ et chaque terme signifie :}$$

$$A_0 (1+r) + L_a w = A_1$$

prix du capital avancé rémunération du capital ou taux de profit quantités de travail utilisées par A taux de salaire production actuelle

Les équations et les inconnues du système N°3) et sa résolution

Le nombre d'équations est : k équations indépendantes

Le nombre d'inconnues est : $(k-1)$ prix relatifs, le *taux de profit* (r), et le *taux de salaire* (w), soit : $(k-1+1+1)=k+1$ inconnues. En se donnant le *taux de salaire* (w), il reste k inconnues, et donc le système est déterminé (k équations, k inconnues). Il existe dans l'économie avec surplus un équilibre déterminé *indépendant de toute « loi de l'offre et de la demande »*.

Particularité de la mesure de la dépense en salaires

a) La dépense en salaires est évaluée par une dépense en *marchandise fondamentale* (MF) ou *basic*. Sraffa appelle

-Marchandise fondamentale (MF) : la marchandise qui entre dans la production de toutes les autres, sans être définie pour autant par les moyens de production,

-Marchandise non fondamentale (MnF) : la marchandise qui n'entre pas dans la production de toutes les autres.

-C'est le *surplus de MF* qui permet la production des MnF, et non l'inverse

b) L'intégration du salaire n'est pas réalisée *au niveau de la production*, mais *au niveau de la répartition*. Ce qui est conforme à la *théorie classique*, pour laquelle *c'est la répartition du produit qui fonde les classes sociales*. Les travailleurs, à l'instar des capitalistes qui reçoivent le profit, sont supposés recevoir en fin de période, un salaire proportionnel à la quantité de travail fournie. C'est une part du surplus annuel global.

IV) La production avec surplus (*ou taux de profit r*), sans salaire

L'expression « sans salaire » est un raccourci. Elle signifie que le salaire, à la différence du profit, ne constitue pas une ponction sur le *surplus*. Il reste un *salaire de subsistance*. (comme dans le modèle précédent, puisqu'il faut toujours du travail).

Comment alors comprendre l'apparition du profit du profit (r) ?

On pose à cette étape qu'il existe *au moins* une marchandise produite au-delà de la quantité nécessaire à la reproduction simple. Les branches dans cette situation, génèrent donc un surplus distribué aux autres branches. Chaque branche recevra une *part du surplus proportionnée à ses avances en capital*, c'est-à-dire au prix des moyens de production employés. Cette part est appelée « r » ou « *taux de profit* », uniforme dans l'ensemble de l'économie. Mais, les avances n'étant pas d'un montant identique selon les branches, on en déduit que le montant des profits n'est pas uniforme. Aussi apparaît-il dans le système formalisé N° 2, en facteur et donc proportionné aux avances.

L'examen de ce second système fait ressortir k équations indépendantes, qui déterminent $(k-1)$ prix et un taux de profit (r). Comme le précédent il est donc déterminé puisqu'il comporte k équations et $(k-1+1)$ inconnues.

Le système des prix de production recherché doit être tel que le rapport

$$\frac{(La\ valeur\ de\ la\ production) - (la\ valeur\ des\ consommations\ intermédiaires\ ou\ productives)}{(la\ valeur\ des\ consommations\ intermédiaires\ ou\ productives)}$$

soit identique dans toutes les branches, et simultanément qu' existe un taux de profit unique

Le modèle (et sa solution) est donc **un modèle classique**. En effet, les rapports d'échange et le taux de profit sont déterminés par les *seules conditions techniques de production*. [C26].

V) La production avec surplus (ou taux de profit r), et salaire (ou taux de salaire w)

Dans le modèle sans surplus, le salaire est un « *salaire de subsistance* » et confondu avec une quantité de biens de subsistance, elle-même assimilé aux « *moyens de production directs* ». Il s'agit en quelque sorte d'une avance en subsistance (*Quesnay, Ricardo*).

Dans le modèle avec surplus et salaire, celui-ci n'est plus un *salaire de subsistance*. Désormais, le travail est intégré sous la forme explicite de quantités de travail (L_i) utilisées dans chaque branche. Comme dans le même temps on va supposer que *le prix du surplus engendré par la production globale est l'étalon de mesure de tous les prix*, des biens et de la force de travail, alors *le salaire peut être défini comme une part du surplus*, « payée post factum ».

Le modèle, dont le système d'équations correspond plus haut au système 3, comporte une hypothèse essentielle : *le surplus est divisé en deux parts : le salaire (w), proportionné aux quantités de travail (L_i) utilisées dans chaque branche, et le profit (au taux r) dont la masse est répartie entre les branches proportionnellement à la valeur des moyens de production consommés productivement.*

Le système des prix de production recherché doit être tel que le rapport

$$\frac{\text{Prix de la production} - (\text{prix des moyens de production} + \text{prix de la force de travail})}{\text{Prix des moyens de production}}$$

soit identique dans toutes les branches, et simultanément qu' existe un taux de profit unique

Le système comporte cette fois k équations indépendantes, $(k-1)$ *prix relatifs inconnus* (du fait de la réduction proposées plus haut), r et w , soit $(k+1)$ inconnues.

En se donnant *le taux de salaire (w)*, il reste k inconnues pour k équations. Le système est donc déterminé.

Cette solution est obtenus sur la base de la seule *catégorie des « biens fondamentaux »* (ou « *basics* »), que Sraffa distingue des « *biens non fondamentaux* » (« *non basics* »). Il appelle *biens fondamentaux* ceux qui entrent dans la production de tous les autres biens, soit directement, soit indirectement. C'est en effet l'existence d'un surplus de biens fondamentaux qui conditionne l'apparition d'une production de biens non fondamentaux.

Toutefois l'intégration des marchandises non fondamentales est réalisée par Sraffa, qui montre qu'il existe aussi une solution dans ce cas.

**Une application simplifiée de la résolution d'un système sraffaïen de production au moyen de l' « étalon » est proposée en annexe P. 41, intitulée :
« *Le système 3-2 : application* ».**

La construction et la signification proprement dite de l'étalon est abordée ci-après (§ VII)

VI) Première Conclusion intermédiaire : la portée critique du modèle

Nous constatons que nous parvenons au but : **la démonstration de l'existence d'une théorie de la valeur des biens, indépendante de la loi de l'offre et de la demande et donc du marché.** Le marché n'est pas non plus nécessaire à la définition de la rémunération des facteurs de production. La « critique de la théorie économique. » néo-classique trouve donc ici sa concrétisation.

En effet, dès lors que l'on considère les **méthodes de production** comme déterminantes (Ricardo-Sraffa), alors la demande du surplus n'a plus aucune influence ni sur les prix, ni sur le profit. Ce qui entraîne que la modification de la demande ne déséquilibre pas la reproduction d'ensemble.

Au-delà c'est l'ensemble de l'argumentation néo-classique dite « à l'équilibre » qui devient sans objet. Le modèle sraffaïen pose données, et sans explication les **quantités** de marchandises fondamentales entrant dans la production. Ces quantités ne sont donc pas déterminées simultanément aux **prix**. Prix et quantités sont donc des variables indépendantes (et non dépendantes comme chez Marshall par exemple).

La raison des quantités données est assimilée par Sraffa à l'exemple « des autruches et des œufs d'autruche ». Parabole qui désigne en fait sa méthode d'évaluation dite de « réduction à des quantités de travail datées ». Il écrit en effet : « Nous appellerons « réduction à des quantités de travail datées » (...) l'opération consistant à remplacer dans l'équation d'une marchandise, les différents moyens de production par une série de quantités de travail portant chacune sa « date ». »

(Sraffa : « Production... », op.cit P. 6). Chacun aura reconnu la possibilité offerte par Ricardo de rapporter tout travail direct à du travail indirect, en remontant dans le temps, comme l'autruche et l'œuf d'autruche. On sait que l'analyse de Marshall avait pourtant fait de la relation : « quantité → coût → prix », l'explication principale du raisonnement à l'équilibre, parce qu'elle entraînait une hypothèse sur les rendements. Sraffa évacue toute référence à l'hypothèse sur les rendements ;

Y compris celle des rendements constants. Celle-ci serait en effet nécessaire si on assimilait le rapport établi par lui entre quantités produites et quantités utilisées (du type $A_a + B_a + \dots + K_a = A$) à des coefficients "input-output" du type Léontieff. Mais une telle assimilation ne tient pas, car le modèle de Sraffa retient les niveaux **absolus** de ces quantités.

L'absence de référence à toute hypothèse de ce genre, fait que toute référence à une courbe d'offre est superflue. L'offre, après la demande est donc exclue du modèle de la reproduction.

Sraffa est explicite et soutient que :

« Il n'existe qu'un seul ensemble de valeurs d'échange, qui, s'il est adopté par le marché, rétablisse la distribution originelle des produits et rende possible la répétition du procès [de production] ; de telles valeurs découlent directement des méthodes de production » (Sraffa : « Production... », op.cit P. 8).[C27]

VII) Le système étalon et le partage conflictuel salaire/profit

Sraffa renoue avec la conclusion ricardienne, celle du *partage conflictuel du surplus* entre « *salaire-profit* ». Il met ceci en évidence dans l'étape ultime du modèle, celle de la construction du système étalon.

Systeme d'equation .4 : Le systeme etalon : Les hypotheses :

Y = revenu national = prix du surplus global
 C = prix du capital global
 L = quantite globale de travail utilise

Equation du Revenu national $Y = [A - (A_a + B_a + \dots + K_a)] P_a$
 $+ [B - (B_a + B_b + \dots + K_b)] P_b$

 $+ [K - (K_a + B_k + \dots + K_k)] P_k$

Prix du capital $C = (A_a + B_a + \dots + K_a) P_a$
 $+ (B_a + B_b + \dots + K_b) P_b$

 $+ (K_a + B_k + \dots + K_k) P_k$

Quantites totales de travail $L = L_a + L_b + \dots + L_k$

La repartition du produit national s'ecrit alors : $Y = r C + w L$. Ce qui permet d'isoler r

$\rightarrow r = (Y/C) [1 - (L w / Y)]$

Avec : $(L w / Y)$ = part des salaires dans le revenu national. Toute variation de cette part agit sur les prix, et donc sur le profit sans qu'on puisse identifier le sens.

L'effet d'une variation de la part des salaires n'est « mesurable » qu'à condition que (Y/C) soit un rapport de *quantités physiques*, indépendant des prix.. Ce qui est le cas dans le modèle, compte tenu des hypothèses sur les quantités (données de marchandises), et de leur **égale proportion** à la fois dans le surplus (Y) et dans le capital (C) (on pourra par exemple se reporter à l'exemple donné par Deleplace P 461 et 462 du chapitre de son Manuel cité). Il « suffit » donc que cette proportion existe dans le système. C'est ce que Sraffa démontre en construisant le « *système étalon* » ou l'« **étalon invariant des prix** » (« *standard system* »).

Le système étalon doit posséder toutes les caractéristiques du système « observé » précédent (N°3), mais il doit combiner des proportions **invariantes** de marchandises fondamentales. Pour le déterminer, on pose les définitions de :

- (q_a, q_b, \dots, q_k) les multiplicateurs appliqués aux marchandises (a,b,.....k).
- L^E , la quantité de travail utilisée dans le système étalon. Elle est égale à 1 si on pose que L_i est la part du travail total employée dans la production i.
- $R = (Y/C)$ le taux de surplus global, en quantités physiques

D'où : Le système d'équations N°4 : Le système étalon (où tous les prix sont remplacés par des quantités physiques)

$$(A_a q_a + B_a q_b + \dots + K_a q_k) (1+R) = A q_a$$

$$(B_a q_b + B_b q_b + \dots + K_b q_k) (1+R) = B q_b$$

$$(K_a q_k + B_k q_k + \dots + K_k q_k) (1+R) = K q_k$$

$$L_a q_a + L_b q_b + \dots + L_k q_k = 1$$

Ce système résout les trois problèmes ricardiens fondamentaux :

1-la détermination d'un taux de profit indépendamment des prix

2-l'étalon de mesure invariable des valeurs : la marchandise dans laquelle toutes les marchandises peuvent exprimer leur valeur, et devenir comparables, est la « marchandise étalon » ou « composite », soit Y^E posée comme égale à 1, au lieu du choix précédent « $p_i = 1$ ». On démontre en passant en écriture matricielle que la « marchandise étalon » est obtenu par le calcul d'un « vecteur propre » de la matrice des « consommations intermédiaires par unité de produit » calculé en unités physiques (poids, mètres, litres etc...).

3-La démonstration de la relation inverse entre les salaires et le taux de profit.

Cette démonstration doit être explicitée. Il suffit pour cela de reprendre l'équation du Taux de profit résultant des hypothèses du système N° 4, soit

$$r = (Y/C) [1 - (L w / Y)]$$

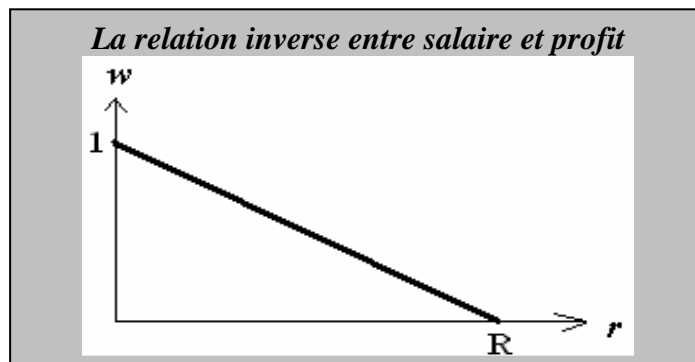
Nous l'appliquons au système étalon en remplaçant (Y^E/C^E) par R, L^E par 1 et Y^E par 1. On a

$$r \text{ (le taux de profit) } = R (1-w)$$

avec $[(L^E w / Y^E)] = w$ la part des salaires dans le revenu national du système étalon.

La relation est linéaire et décroissante, et sa représentation est celle de « **La relation inverse entre salaire et profit** »

(en parts du revenu national étalon)



- en R, la part des salaires est nulle. Les salariés ne consomment pas. Plus précisément la part des salaires dans la répartition du surplus est nulle. Les marchandises ne sont pas fondamentales.
- Lorsque varie w , sa part exprime toujours la consommation de marchandises non fondamentales. La variation de cette part influence la part des profits et les prix. Mais il s'agit d'une cause exogène, puisque si $w=0$ la part des profits continue à dépendre des méthodes techniques de production et ne dépend plus que de celles-ci. Si $w=0$, la situation est donc celle où les travailleurs sont de simples moyens de production, rémunérés au « minimum de subsistance ». Cette hypothèse est celle des « biens salaires » chez Ricardo, qui « entrent dans le système au même titre que le carburant destiné aux moteurs ou que la nourriture consommée par le bétail » (Sraffa : « Production.. », op. cit. P.14).[C28]
- Lorsque $w=1$, et donc le taux de profit $r=0$, on retrouve la valeur travail de Ricardo, puisque la situation correspond à celle où les prix relatifs des marchandises dépendent directement et indirectement des quantités de travail incorporées.

Le réalisme du modèle, discuté par Sraffa, est réel si au lieu du choix du salaire comme variable indépendante, on prend *le taux de profit*. La relation inverse doit alors plutôt s'écrire :

$w = 1 - (r/R)$ avec **R, le taux maximum de profit**.

Il ne s'agit plus d'une relation linéaire, mais elle est toujours **décroissante**. Sraffa la décrit ainsi :

« *Il s'ensuit que si le salaire vient à baisser en termes de n'importe quelle marchandise ... [dont le prix est exprimé en proportion de la marchandise-étalon], le taux de profit montera ; et vice-versa si le salaire s'élève.* » (Sraffa : « Production... », op. cit., P 49, [...], ajouté par nous :RF).

Sraffa démontre ainsi avec rigueur la conclusion des « lois de la répartition », considérées par Ricardo comme « *le principal problème en économie politique* ». Le profit et le salaire sont liés par une relation inverse, donc conflictuelle, quelque hypothèse que l'on fasse sur la nature de la variable indépendante du système (profit ou salaire). **On est alors à l'opposé du postulat néo-classique selon lequel les variables de la répartition n'influencent pas les conditions de la production et de la reproduction. Chez Sraffa le rapport conflictuel « profit-salaire » a une incidence directe sur ces conditions, et donc la répartition agit sur la production.**

VIII) Seconde conclusion intermédiaire : Au-delà de l'Economie Mathématique, la « Méthode d'anthropologie spéculative » : Sraffa et Wittgenstein

VIII1) Sraffa critique de Ricardo

Sraffa, on l'aura compris change donc radicalement la manière d'aborder le *problème du prix* et de sa détermination. Relativement à l'Ecole marshallienne cela paraît évident (il n'y a plus d'offre et de demande). Mais aussi relativement à Ricardo, dont la recherche de l'étalon de mesure invariable des valeurs peut être qualifiée d'obsessionnelle, car destinée à saisir une « *valeur absolue* » aux origines finalement naturalistes. C'est Henri Philipson, dans son ouvrage déjà cité, qui élève la tentative de Sraffa au rang d'un « *travail de clarification conceptuelle* » et pour tout dire d'une *épistémologie* et d'une *Méthodologie novatrice*.

Rappelons tout d'abord les trois conclusions du modèle qui résolvent le problème économique de Ricardo :

- En se donnant un taux de profit r_0 , on peut déterminer un système de prix relatifs unique qui sur la base de la règle du jeu marchand ou capitaliste, autorise la répartition du surplus
- Ce n'est que dans le cas où $r = 0$ (profit nul) que les marchandises s'échangent selon les seules quantités de travail nécessitées par leur production. Ce n'est donc que lorsque l'intégralité du surplus revient aux travailleurs, que les prix relatifs des marchandises sont déterminés par la loi de la valeur travail.
- Quel que soit l'étalon choisi pour les évaluer, profit et salaire sont liés par la relation inverse exposée plus haut.

Pour résoudre le problème économique de Ricardo, le modèle de Sraffa, par sa méthode, n'en constitue pas moins une remise en cause. **Henri Philipson** nous guide dans l'identification de cette méthode en rapprochant les deux Cambridgeiens : l'Economiste critique (Sraffa) et le Philosophe non moins critique (**Ludwig Wittgenstein**). Il cite un spécialiste de Wittgenstein, K.T Fann qui écrit : « *Sraffa utilise ce que l'on peut appeler la Méthode d'anthropologie spéculative, méthode dont Wittgenstein fera un grand usage. Sraffa s'appuie sur un modèle fictif pour conduire sa réflexion sur le procès de production économique* » (Fann, cité par H. Philipson, op. cit. P 292 – souligné par nous : RF)[C29].

Un économiste peut ne pas trouver original le recours à un « *modèle fictif* », mais s'il s'agit d'un modèle *fictif* dans l'esprit de la philosophie de Wittgenstein, cela change tout. La Méthode d'anthropologie spéculative prend une tout autre dimension que celle de la simplification du réel par un modèle.

En effet, si nous prenons comme expression du modèle de Sraffa l'équation, exposée plus haut : $Y = rC + wL$, il conviendrait de dire que pour Sraffa, cette équation :

« décrit une **forme de vie**, c'est-à-dire une manière sociale de se comporter ; ici une manière de répartir le surplus produit par un système productif, défini par les quantités physiques de biens consommés par la production : matière premières et travail. » (H. Philipson, op. cit. P292 – souligné par nous : RF) [C30]. Il s'agit tout aussi bien d'une « manière de vivre », ou « d'une règle de comportement ». Sortie de l'imagination ricardienne, elles signifient deux choses : d'abord la proportionnalité du salaire aux quantités de travail « consenties », puis la proportionnalité du profit aux capitaux engagés. Henri Philipson baptise cette règle : « règle de la répartition égalitaire ». Dans les termes du philosophe Wittgenstein, l'imagination s'exprime dans le langage, et mieux elle se prolonge dans celui-ci sous la forme d'un « jeu de langage ». Mots et jeux de mots ont alors tout leur sens dans la forme de vie à laquelle ils sont rattachés.

Ainsi, la « forme de vie » : $Y = rC + wL$, a-t-elle pour concepts de base du « jeu de langage » : Y , r , C , w , et L , et les matrices Y et C (voir plus haut) sont dans ce jeu parfaitement cohérentes. Mais comme tous les mots, ceux-ci peuvent être soumis à une interrogation sur leur sens. Cette opération débouche alors sur un problème, celui du *salaire* (w). Part du surplus physique, elle doit en effet être exprimée en *valeur* et non en *quantités physiques*. L'opération en question débouche sur le même problème s'agissant du mot « r » le taux de profit. D'où le constat suivant lequel : « dans cette forme de vie, on ne peut définir les concepts de taux des salaires et de taux de profit sans définir le concept de prix » (H. Philipson : op, cit P 293)[C31] Or, on serait bien en peine de le faire, puisque « la règle de répartition égalitaire qui gouverne cette forme de vie interdit de définir le concept de prix indépendamment des mots salaires et profits » (H. Philipson : op, cit P 293). C'est ce que Sraffa clarifie en démontrant que l'impossibilité tient au fait que : « les prix sont les vecteurs de la mise en œuvre de la règle de la répartition, égalitaire » (H. Philipson : op, cit P 293)[C32]. Par conséquent, seules les valeurs relatives des biens sont déterminées (donc simultanées), et prennent la forme des prix relatifs.

VIII2) Sraffa critique de Marx

a) L'exposé de cette critique par H. Philipson (op. cit. P.301 à 307)

Nombreux sont les interprètes du modèle, qui, convaincus par la portée de la critique destinée à Ricardo, pensent que cette critique est aussi une critique radicale de la théorie de la valeur de Marx, basée sur l'*exploitation du travail*, et soutenue par le schéma de la transformation des valeurs en prix de production (exposé dans le chapitre 3). Il sont peut être plus nombreux que les auteurs qui pensent le contraire. Car, d'autres auteurs, faisant un pas de plus pour « ré-accréditer » la conception de Marx, ont avancé des arguments internes au « Capital ». Pour illustrer cette démarche nous avons fait figurer dans le dossier de cours N°6, un extrait de l'ouvrage important de Pierre Salama : « *Sur la valeur* », Editions Maspéro, 1975).

Plus fondamentalement, comme l'explique Philipson, « Sraffa-critique de Marx » est le revers de « Marx-critique de Ricardo ».

En effet, la critique de Marx à Ricardo est que ce dernier n'aurait pas entrevu la double différence entre : « **Valeur et prix** » et entre « **plus value et profit** », et donc d'en être resté à l'analyse de l'échange (*prix, profit*), là où il fallait expliquer le lien entre l'échange (*prix, profit*) et la production (*valeur, plus value*). Il y aurait, selon Marx, sous le prix, la valeur, et sous le profit, la plus value.

Dans l'épistémologie de Wittgenstein, explique Philipson, cela revient à expliquer le lien entre deux formes de vie ou FV (FV1 et FV2).

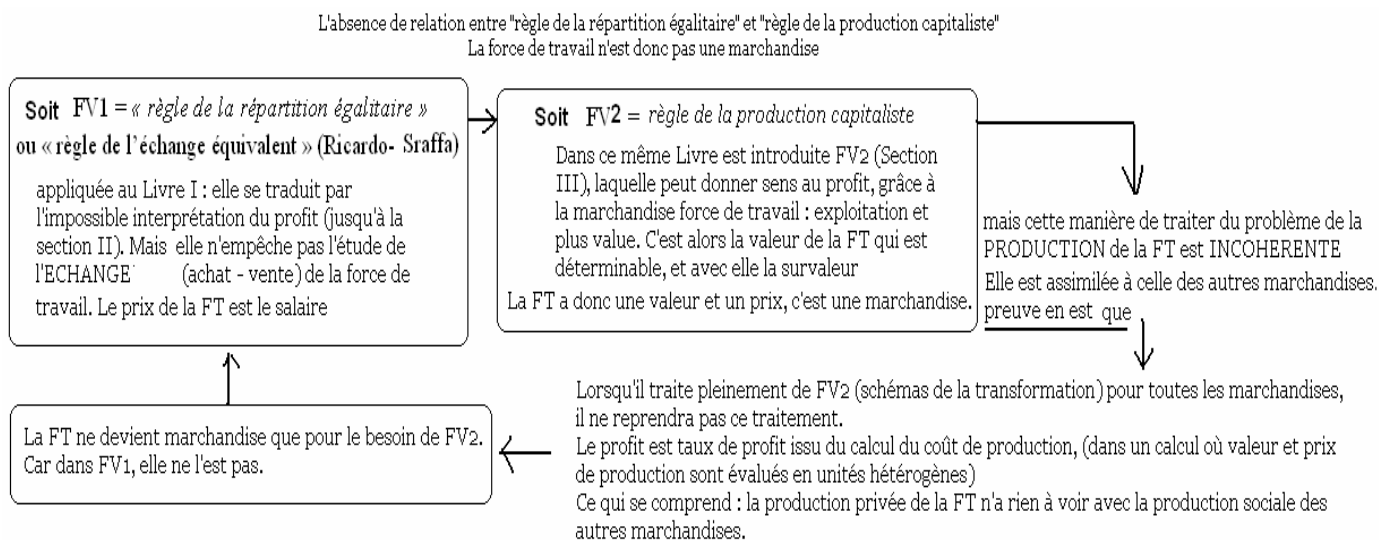
FV1 est la « règle de la répartition égalitaire » ou « règle de l'échange équivalent » (Ricardo-Sraffa),

FV2 est la forme de vie ou règle de la production capitaliste que Marx crée dans « Le Capital » en critiquant FV1.

La critique sraffaïenne de Marx serait donc que ce dernier n'explique nullement le lien entre les deux formes (FV1 et FV2). La définition sraffaïenne-ricardienne du *salaire*, comme fraction du

revenu national est donc moins incohérente que celle de Marx. Ce faisant elle entraîne que la force de travail ne peut être considérée comme une marchandise.

H. Philipson détaille la manière dont Marx essaie d'établir ce lien et échoue. Son argumentation est résumée par le schéma ci-dessous, et également par le résumé inclus dans le dossier de cours N° 6.2



La conclusion de l'argumentation est donc que les concepts de plus-value et d'exploitation ne s'appliquent pas à la force de travail. Du point de vue sraffaïen, Marx succombe au désir théoriciste du métalangage mathématique, cherchant à démontrer ce qui est indémontrable.

b) La force de travail comme marchandise

Ce qu'il faut lire dans ce point de vue épistémologique et critique d'H. Philipson (ou de Sraffa tel que le présente l'auteur), c'est par delà le salaire et la marchandise force de travail, un point de vue singulier sur l'ensemble du « Capital ». Nous savons en effet qu'existent au moins deux conceptions : l'une qui décèle le « désir théoriciste du métalangage mathématique » (tendance à laquelle semble appartenir la critique d'H. Philipson), et l'autre qui réfute cette critique.

Pour se limiter au cas de la marchandise force de travail, il importe de rappeler quelques autres enseignements de Marx, et qui concourent à la réfutation :

- La force de travail ne devient pas marchandise pour le besoin de FV2. Car, la faculté humaine de travail n'a pas toujours été une marchandise, elle ne le devient qu'à une étape historique déterminée du développement des forces productives (techniques et humaines), celle du capitalisme, et non pas à une étape du raisonnement de Marx. Sa production n'est pas plus *privée*, qu'*historique*.
- « Le Capital » constitue un exposé du monde marchand (nécessairement rationalisant puisqu'il a pour base la *science ricardienne*). Il montre comment la faculté humaine de travail s'insère (**contradictoirement**) dans ce monde marchand. Qu'elle ne soit pas une marchandise, dont la production devrait être expliquée comme celle de toutes les autres est une évidence. A condition d'accepter d'élargir à l'ensemble de son œuvre (dont les « Manuscrits de 1844 »), la définition donnée par Marx non seulement de cette faculté, mais aussi de son exercice, le travail. Un tel élargissement n'est pas épistémologiquement scandaleux.

Comme par exemple dans cette citation où il résume l'importance de la phénoménologie hégélienne, à laquelle il apportera ensuite des rectificatifs sans toutefois réfuter les idées importantes (telle la suppression de l'aliénation considérée comme *processus social et historique*) :

« [XXIII] La grandeur de la *Phénoménologie de Hegel* et de son résultat final – la dialectique de la négativité comme principe moteur et créateur – consiste donc, d'une part, en ceci, que Hegel saisit la production de l'homme par lui-même comme un processus, l'objectivation comme désobjectivation, comme aliénation et suppression de cette aliénation ; en ceci donc qu'il saisit l'essence du *travail* et conçoit l'homme objectif, véritable parce que réel, comme le résultat de son *propre travail*. Le rapport *réel* actif de l'homme à lui-même en tant qu'être générique ou la manifestation de soi comme être générique réel, c'est-à-dire comme être humain, n'est possible que parce que l'homme extériorise réellement par la création toutes *ses forces génériques* – ce qui ne peut à son tour être que par le fait de l'action d'ensemble des hommes, comme résultat de l'histoire, - qu'il se comporte vis-à-vis d'elles comme vis-à-vis d'objets, ce qui à son tour n'est possible que sous la forme de l'aliénation (...) ».
(Extrait de K. Marx : Manuscrits de 1844 – troisième manuscrit).

- Pour sembler moins incohérente, la définition sraffaïenne-ricardienne *du salaire*, comme fraction du revenu national, n'en comporte pas moins des insuffisances. Celles-ci deviennent plus compréhensibles à la lecture du capital, puisqu'il n'existe pas de fraction ou part, sans valeur absolue. Or celle-ci est double : la valeur absolue de la masse des salaires, et celle de la masse des profits. Comme ces deux valeurs dépendent de l'accumulation (du taux de l'investissement global keynésien), il paraît difficile d'en saisir la genèse en adoptant la définition sraffaïenne-ricardienne *du salaire*, comme simple part du revenu national. Car il s'agirait d'une part fluctuante, et dont le niveau absolu n'aurait pas à être expliqué. Au total la forme FV1, prêtée à Marx, s'apparenterait à un essai d'explication des grandeurs par l'échange, et décrirait un simple problème de répartition, sans que celui de la production sociale de ces grandeurs n'ait besoin d'être considéré. *Pourquoi alors dans cette hypothèse, les formes de revenu issues de l'échange, n'ont-elles pas toujours été les mêmes au long de l'histoire, puisque rien n'est moins commun qu'une « part » ?* Il reste toutefois vrai que l'analyse des revenus comme parts conserve toute sa pertinence, à la fois dans le cadre du capital, et dans celui keynésien de la macroéconomie.
- Enfin, dans la forme FV1, il est clair que le supposé échange dont traite Philipson porte non sur « la force de travail-marchandise », mais sur le travail, c'est-à-dire sur l'exercice des facultés humaines « contenues dans » la force de travail, et mesuré en « *temps de travail* ». Car *le salaire n'est pas « le prix de la force de travail »*, comme l'on dit communément, mais *le prix de la location de l'exercice de ces facultés pendant une certaine durée* (dans le cas contraire le salariat serait historiquement indéterminé ou assimilable à l'esclavage). Par conséquent, la part du revenu national constituée par les salaires, serait celle du travail proprement dit. Mais d'où vient alors le stock de travail (ou « stock de temps social disponible d'exercice des facultés humaines de travail ») et quelles sont les causes de ses variations ? Il semble improbable qu'il puisse exister une réponse sans la référence à FV2.
- Au total, il faut en revenir à l'idée d'une critique de Ricardo par Marx, fondée. Quelque partie du « Capital » où on la situe, la force de travail est définie comme une marchandise *dans la vie même*, puisque *le temps d'exercice des facultés humaines de travail* n'est mis en œuvre qu'à la condition de pouvoir contribuer à la création du profit. Suivant la problématique de Philipson, on devrait avoir là une description wittgensteinienne d'une FV3 ou « *règle d'existence individuelle et collective* ». Cette forme FV3 est unité contradictoire de FV1 et FV2 : l'échange suppose celui de l'exercice de facultés humaines durant un temps déterminé, mais qui peut socialement ne pas pouvoir avoir existé du fait des conditions de la production, et ceci à grande échelle.

Certes, Sraffa élimine toute *substance du prix pour n'envisager que des prix relatifs*, mais ce n'est pas pour autant qu'il y a chez Marx une thèse « substantialiste-naturaliste » de la valeur (comme Ricardo). Dans « Le Capital », chaque travailleur, chaque dépense de temps de travail est toujours une dépense de temps de travail *social* (qui met en

relation capital et travail), et participe à la définition d'une richesse elle-même sociale et historiquement déterminée. La thèse « substantialiste-naturaliste » est au contraire celle de la *virtualité*.

VIII3) Sraffa et les Mathématiques

Enfin, pourquoi Sraffa passe-t-il par l'économie mathématique pour critiquer la *mesure de la valeur absolue* par Ricardo. Nous savons en effet que Sraffa a bénéficié de l'appui dévoué des trois mathématiciens de Cambridge : Bésicovitch, Ramsey et Watson. La réponse de Philipson est que *les prix sont une pratique de mesure sociale*, à laquelle Le jeu de langage mathématique est tout à fait destiné. Plus précisément il écrit : « *s'agissant de mesurer un ensemble de valeurs relatives, le jeu de langage de l'algèbre linéaire fait la preuve de son incontestable utilité et doit être utilisé* » (H. Philipson : op, cit P 293). Il faut toutefois noter que c'est dans le langage quotidien qu'est écrit : « *Production de marchandises par des marchandises* » d'une part, et d'autre part que Sraffa n'est pas un *économiste mathématicien* commun. Et sur ce point Philipson nous donne une explication que nous pouvons considérer comme une règle générale pour apprécier la pertinence du recours à la mathématique dans notre discipline :

« *La distance est (..) grande entre l'utilisation pratique d'un jeu de langage mathématique dans une forme de vie qui le requiert, et l'utilisation généralisée des mathématiques comme d'un métalangage capable d'embrasser toutes les formes de vie.* » (H. Philipson : op, cit P 293).[C33]

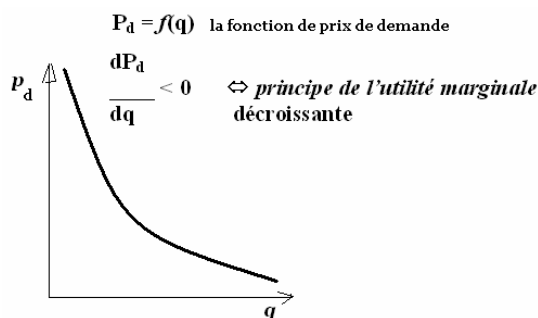
Sraffa adopte cette règle selon Franck Van de Velde (dans sa thèse citée). Outre qu'il n'utilise pas la terminologie mathématique (attitude qualifiée par Van de Velde de « *bannissement délibéré* »), il entretient « *une méfiance avouée à l'égard des mathématiques* ». Ce qui, de l'avis de l'auteur constitue une « *exclusion systématique de la formalisation* » qui est « *injustifié* ». A contrario, Van de Velde prose une réexposition du modèle de Sraffa, pour en clarifier l'exposé, au moyen du calcul matriciel et de ses règles. La fécondité d'une telle présentation est réelle.

11.3) « Sulle Relazioni fra Costo e Quantita Perdotta » et « "The Laws of Returns under Competitive Conditions" : Sraffa et l'écheveau des rendements. [C34]

11.31) L'objet de la critique : la relation « *coûts-quantités* »

L'article de Sraffa remet en cause le bien fondé de l'équilibre partiel de l'offre et de la demande, tel qu'établi par A. Marshall, et défendu par la théorie néo-classique.

Dans cette théorie, la fonction de demande est décroissante en vertu d'un principe *naturel qui lie la satisfaction à la quantité consommée*.



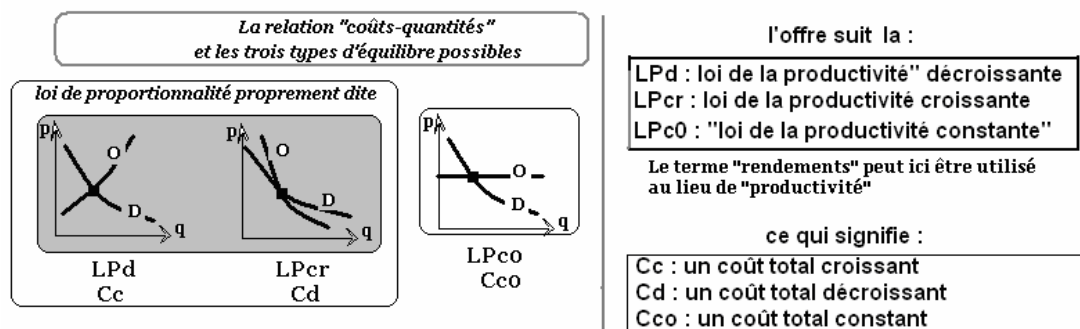
Il importe que la courbe de l'offre soit croissante, donc symétrique par rapport à la demande, pour qu'existe un prix de marché, ou d'équilibre [cf C34]. Elle est supposée l'être **par analogie** : le

principe de la productivité décroissante joue en effet le même rôle que le principe de *l'utilité marginale décroissante*.

Il existerait ainsi pour l'offre une loi de proportionnalité par laquelle les coûts seraient liés aux quantités, comme la satisfaction (ou le prix payé) est liée aux quantités pour la demande. Le caractère essentielle de cette loi de proportionnalité pour l'équilibre partiel est souligné par Sraffa en ces termes : « si le coût de production de chaque unité de marchandise ne variait pas lorsque la quantité produite change, la symétrie serait brisée, le prix serait déterminé exclusivement par les dépenses de production, et la demande ne pourrait avoir sur lui une quelconque influence » (Sraffa, ibid. P.4).[C36].

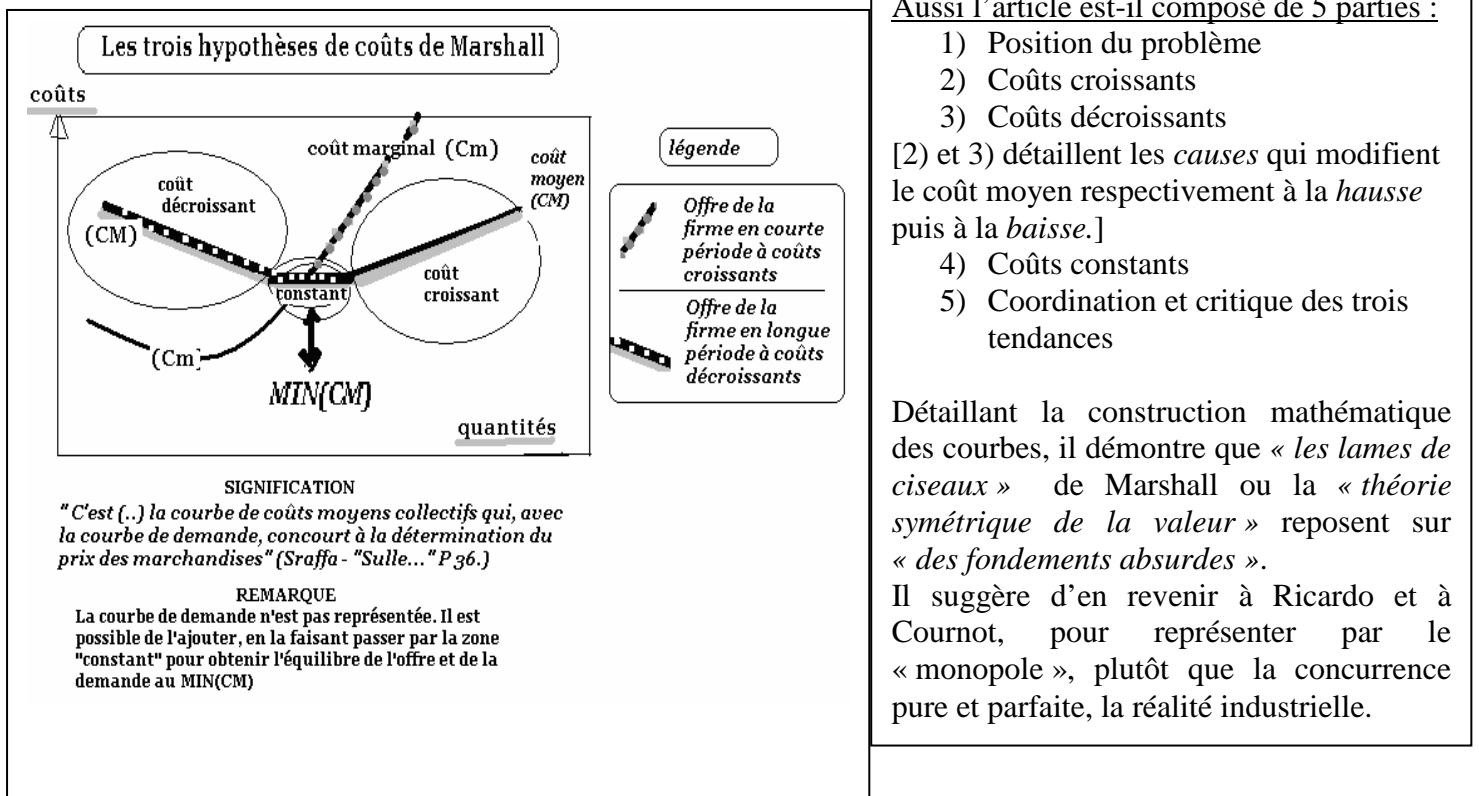
La critique de Sraffa porte donc sur la *relation coûts – quantités*, et donc sur la *loi de proportionnalité* que la fonde. Il remonte aux origines agricoles de celle-ci, chez Turgot, puis examine sa réinterprétation par Ricardo, et son utilisation moderne et tronquée, par Marshall et Wicksteed et Barone.

Le jeu complet de cette loi, dans la présentation de « Marshall-Wicksteed-Barone », peut être brièvement schématisé comme suit :



Pour une utilisation pratique des trois tendances, on peut se reporter par exemple à la *classification des industries par Pantaléoni* [C35].

Le même jeu complet peut aussi être illustré par l'équilibre de la firme



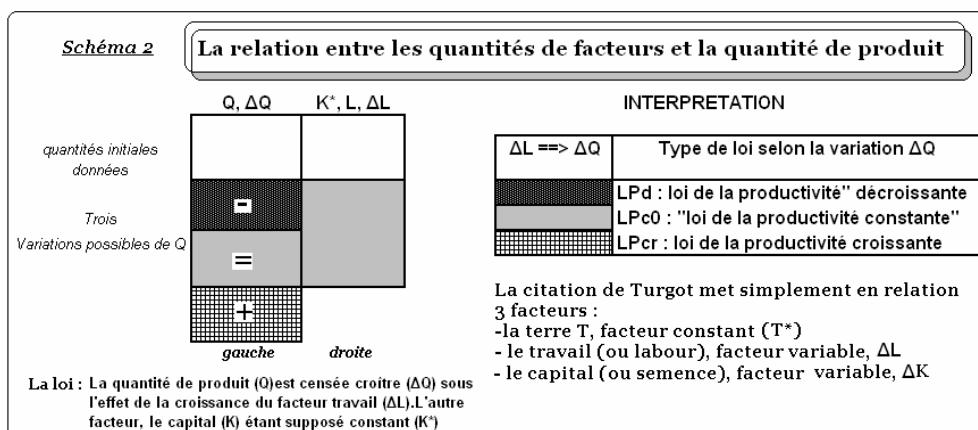
a) L'énoncé : Turgot – 1768 (« *Observation sur le Mémoire de M. Saint-Peravy en faveur de l'impôt indirect* »)

« La semence jetée sur une terre naturellement fertile, mais sans aucune préparation, serait une avance presque entièrement perdue.

Si on y joint un seul labour, le produit sera plus fort ; un second, un troisième labour pourront peut-être, non pas doubler et tripler, mais quadrupler et décupler le produit qui augmentera ainsi dans une proportion beaucoup plus grande que les avances n'accroissent, et cela, jusqu'à un certain point où le produit sera le plus grand qu'il soit possible, comparé aux avances.

Passé ce point, si on augmente encore les avances, les produits augmenteront encore, mais moins, et toujours de moins en moins jusqu'à ce que, la fécondité de la nature étant épuisée, et l'art n'y pouvant plus rien ajouter, un surcroît d'avances n'ajouterait absolument rien au produit ».

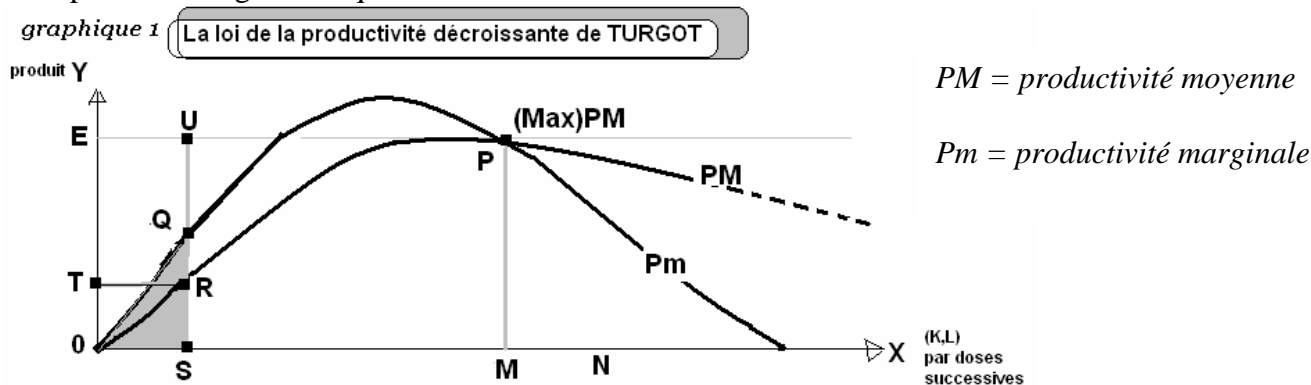
La LPd met généralement en relation 2 variations : celle du produit (le blé ou autre) et celle des facteurs de production (pour simplifier on suppose qu'il s'agit du capital et du travail), de la manière suivante :



Sraffa réalise un graphique devenu classique, représentatif de la thèse de Turgot.

Cette thèse : Lorsque le cultivateur applique des « doses » de « capital-avances en semences- et travail » (c'est-à-dire un couplet de quantités identiques (K,L), à une superficie donnée de terre T*, la superficie optimale de terre est liée à la productivité maximale que ses avances lui permettent d'atteindre¹.

La représentation géométrique :



Les deux fonctions représentées sont du type $Y = f(X)$, respectivement, la productivité moyenne $(PM) = Y = f(K,L)$, et la productivité marginale $(Pm) = Y = f(K,L)$.
 $PM = \text{le produit total des doses divisé par le nombre de doses } (K,L)$

¹ En langage mathématique en microéconomie, cette thèse revient à : [Max Q sc coût total (K,L)], ou à [Min coût total (K,L)] sc Q* recherchée].

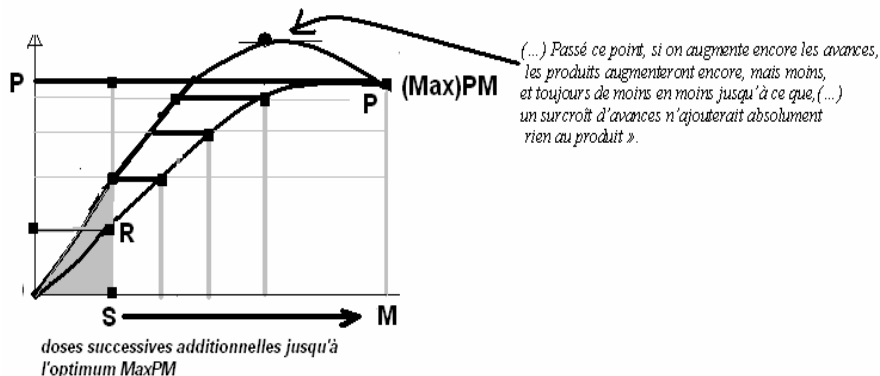
P_m = accroissement du produit total, du à une dose supplémentaire (K,L).

La leçon est : Le choix de la quantité de doses optimales (K,L) est toujours celui qui correspond à une productivité constante[(Max)PM] ou décroissante [P_m décroissante], et jamais croissante. On lit que l'optimum est atteint au point où :

P_m (décroissante) = (Max)PM, soit le point d'abscisse (M). Il suffit de déplacer à gauche ou à droite le segment (MP) pour le vérifier :

A gauche, soit $OS < OM$: Seule une fraction du terrain est mise en culture.

Cette fraction donne le produit (OTRS). Mais la courbe (P_m) montre que les aires [rectangle OTRS] et [triangle OQS] sont égales. Il est donc avantageux d'accroître les doses [K,L, puisque le produit peut être porté à l'aire [OEUS], c'est-à-dire à l'horizontale correspondant au (Max)PM de l'ensemble du terrain. Ainsi, quelque fraction que l'on prenne jusqu'à [OM], le maximum sera toujours atteint au (Max)PM de l'ensemble du terrain, de la manière suivante :



Si $ON > OM$: la terre additionnelle mise en culture donne un produit moindre, la productivité est décroissante.

Ces deux constats correspondent bien à la leçon énoncée plus haut.

b) Une conséquence théorique : le facteur « **constant** » (noté « * ») est la cause explicative de la LPd et de la LPcr

La signification du facteur constant :

Constant = « sa quantité maximum est déterminée ». Ce facteur est la Terre (T^*), et possède la double propriété d'être : *infiniment divisible*, et *utilisable par parties*.

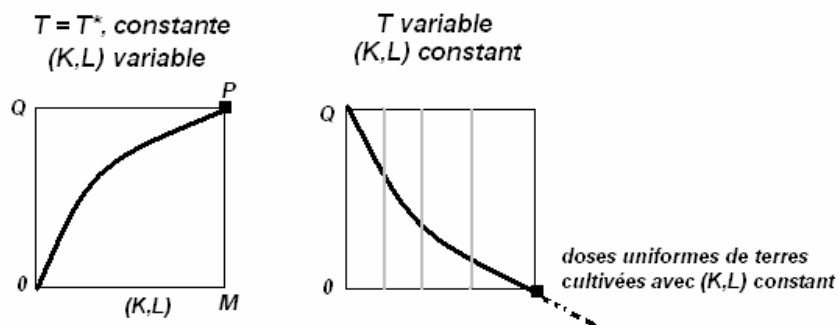
Cette définition implique que la LPd s'exerce dans les deux cas suivants, ou peut être étudiée de deux manières possibles :

Le produit peut donc croître de deux manières : sous l'effet de $(T^*)^+$, ou sous l'effet de $(K,L)^+$ (c'est-à-dire : variation de la **proportion** des facteurs utilisée ou variation de leur **grandeur absolue**).

La règle prévaut cependant : *qu' il est plus avantageux de labourer deux fois le même terrain, qu'une seule fois le double de ce terrain*. Généralement la croissance du produit sous l'effet de la variation des doses (K,L) est donc supérieure à celle obtenue sous l'effet de l'extension de (T^*) .

Le seul cas particulier est celui d'un niveau de production extrêmement faible, c'est-à-dire le cas où la superficie est *trop restreinte* pour pouvoir être subdivisée. Ce n'est que dans cette seule hypothèse que l'idée d'une LPcr aurait un sens, sinon **la loi de la productivité croissante n'existe pas**.

Quoiqu'il en soit, il est nécessaire d'admettre plus généralement, que la productivité *croissante* d'un facteur variable (A) appliqué à un autre facteur constant (B), « *présuppose la productivité négative du facteur B* ». Il revient au même de dire que les doses successive du facteur (B), appliquées à (A) constant verraient *décroître* le produit (ici Q). Soit :



D'où la seule formulation possible de la *productivité croissante* proposée par Sraffa : Puisque existe un optimum de productivité au-delà duquel le facteur, même gratuit serait inutile, sa productivité croissante signifie que le renoncement à son usage (à fortiori sa destruction) avant ce point, aurait représenté un coût.

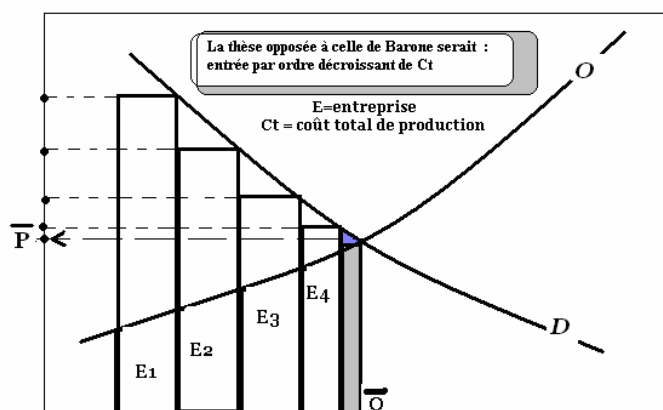
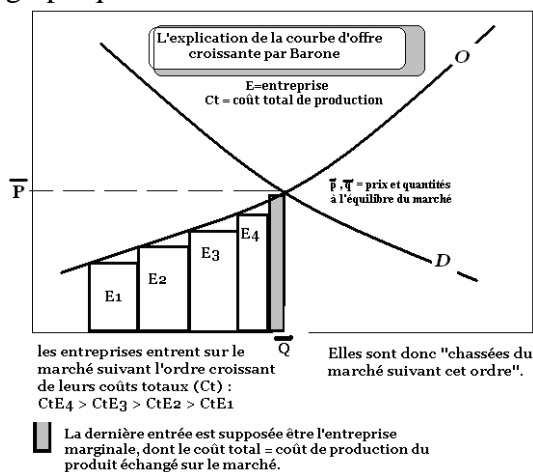
1133) La LPd devient *loi universelle (toutes productions)* : P. Wicksteed, [(Economic journal : « *Political economy in the light of the marginal theory* » - 1914 - et « *Common sense of political economy* » - 1914-)]. E. Barone [(« *Principi di economia politica* » - 1913)] et Marshall [(« *Principes* - 1893-)].

11331) formulations de la LP_d depuis Ricardo, jusqu'à Marshall

Après la tentative infructueuse de Mill, c'est la **version ricardienne de la LP_d** (celle de la rente différentielle, que l'on suppose connue), que Sraffa qualifie de **fondamentale**, car elle déplace la cause de la LP_d, de la physique (agronomie) à l'économique.

Wicksteed critique Ricardo pour son choix de courbes *descriptives* : la rente différentielle ricardienne ne serait due qu'à un classement arbitraire des terres selon leur fertilité. Il lui oppose les *courbes fonctionnelles* ($Y=F(X)$), lesquelles donnent un sens à l'accroissement marginal du produit, lorsque des doses successives croissantes (K,L) lui sont appliquées. La conséquence est la multiplication de définitions économiques de l'expression « **plus fertile** » (Marshall, Malthus, Mill).

Toutefois, c'est Barone qui déduit pour la première fois de la LP_d explicitement la courbe d'offre croissante d'un produit, en concurrence pure et parfaite; Le raisonnement de Barone tient dans le graphique suivant :



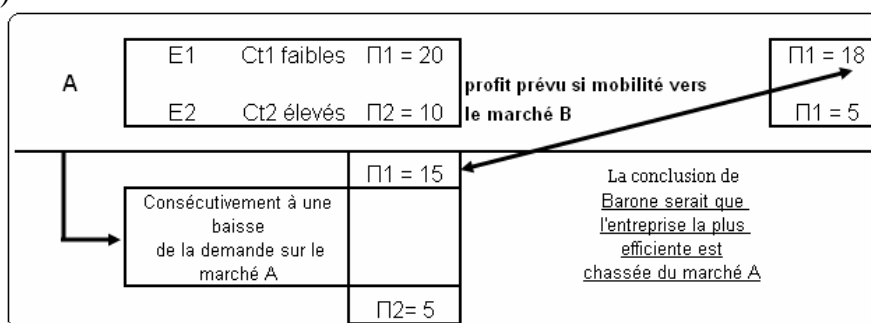
Sraffa entreprend alors la double critique

- du procédé de construction de la courbe d'offre collective (celle de l'industrie composée de firmes), supposée découler (Barone-Marshall) de LPd (donc une **courbe à coûts croissants**).
- de la construction de l'offre collective lorsque la productivité est décroissantes -LPcr) (donc une **courbe d'offre à coûts décroissants**).

11332) Les coûts croissants : Sraffa critique de Barone et de Marshall

a) A la description du marché concurrentiel de Barone, Sraffa en oppose une autre fondée sur *la mobilité du capital*. L'exemple de Sraffa est le suivant :

Soit : un marché (A), 2 entreprises E1,E2 et leur coûts Ct1 et Ct2, et deux profits annuels (Π_1 , Π_2)



b) Contre la méthode de Marshall, Sraffa montre que l'on ne peut agréger les fonctions individuelles d'offre, comme on le fait avec celles de demande : « *la somme d'une série de courbes individuelles de ce type est (donc) une opération absurde* ».

Chaque producteur est censé pouvoir augmenter son produit en accroissant ses coûts. Le problème est que l'industrie toute entière ne peut le faire. Son offre (Q_I) présuppose celle des firmes (q_F), en même temps qu'elle la détermine. Les offres individuelles ne peuvent donc être agrégées. Seul un « *artifice* » permet l'agrégation de l'offre : le déplacement de la cause de l'industrie vers le producteur individuel. Ce qui requiert les hypothèses :

- nombre donné de producteur
- niveau fixe de l'équipement
- un coût total croissant
- \Rightarrow c'est à dire *la courte période de Marshall*.

1134) A la recherche de *courbes à coûts décroissants*

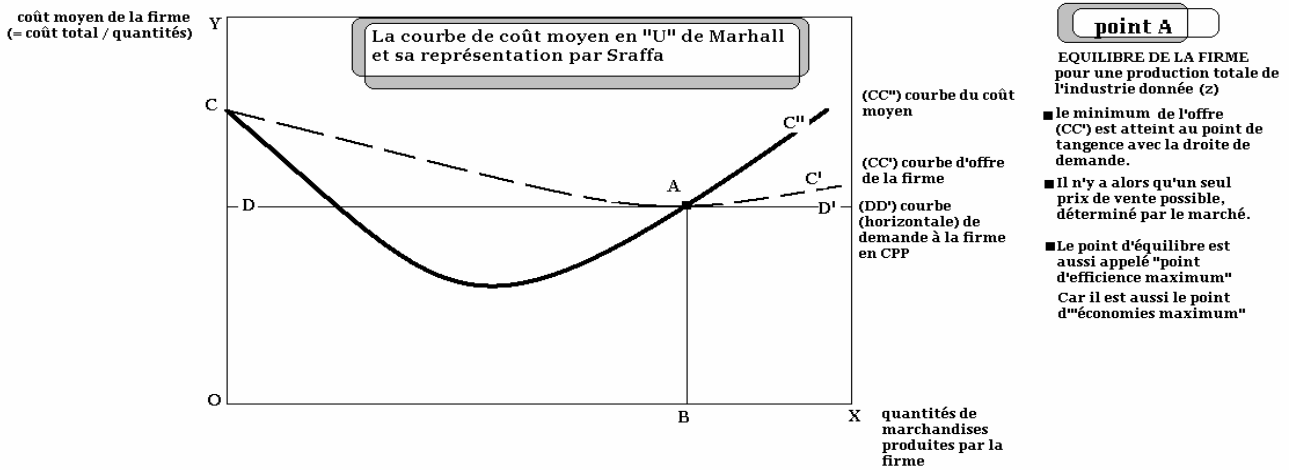
La formulation de la thèse des coûts décroissants : Toutes choses étant égales par ailleurs, soit une firme : si Y_F (son produit) croît, alors CM_F (son coût moyen ou unitaire) diminue, puisque $CM_F = [(CT_F \text{ ou coût total})/Y_F]$ diminue.

La leçon principale de la critique est : L'hypothèse est incompatible avec le modèle de la concurrence pure et parfaite, et mène directement à l'analyse du Monopole.

11341) La *courbe d'offre à coûts décroissants*

La courbe d'offre de « la firme représentative » (concept développé au chapitre 10), doit

- Ne pas être à *coûts croissants* sur toute sa longueur (respect de l'atomicité, ou concurrence entre un nombre élevé de firmes, et économies d'échelle permettant la baisse du coût avec la hausse des quantités) ;
- Être initialement à *coûts décroissants*, de manière à passer par un *minimum*.
- Une décroissance limitée pour que ne soit pas atteinte la *position de monopole*.



La courbe (CC'), dite de l'offre (celle de la firme représentative), est *une courbe du prix d'offre*. **C'est cette courbe qui illustre l'hypothèse des coûts décroissants**. Son ordonnée inclut donc la *rémunération des facteurs, tels que Marshall définit ces derniers* (donc aussi le *profit normal* – comme Walras-Pareto).

11342) Son incompatibilité avec la CPP et la solution du recours aux « *économies externes* »

L'incompatibilité a été perçue par Marshall dans la transition qui le mène de « *Economics of industry* » (1879) aux « *Principes* » (1893). Il adopte comme seule cause unique des *coûts décroissants* : les économies externes (« Principes »), abandonnant les deux causes initialement avancées : division du travail et taille de l'entreprise.

Les « *économies externes* » permettent de résoudre la circularité de l'équation: $q_F = f(Q_I)$ (cf supra). En écrivant : « Coûts de production de q_F », ou $CM_F = f(Q_I)$, la relation « *coûts – quantités* » est ainsi vérifiée. Le coût moyen individuel de chaque firme (CM_F) peut ainsi être exprimé en fonction des quantités produites par l'industrie (Q_I). A l'équilibre, les variables à considérer seront donc :

- CM_F , le coût individuel
- Q_I , la production totale de l'ensemble des firmes, donc celle de leur Industrie
- Q_F , la production de la firme considérée.

Cet équilibre doit respecter les conditions de la concurrence pure et parfaite, lesquelles définissent les limites de *validité de la LP_{cr}*, à savoir :

- atomicité de l'offre, mais non dissémination
- forte élasticité de l'offre de facteurs (offre de travail et offre de capital), ou non rareté des facteurs.

L'exposé de ces « *économies externes* » dans les « Principes » est résumé par Sraffa. Il peut être présenté sous la forme d'un schéma :

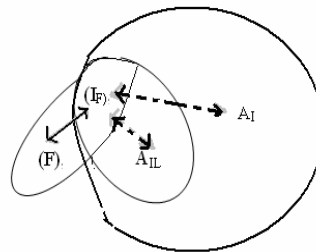
Les deux types d'économies externes marshalliennes

ou causes des "coûts décroissants"

On peut lire 2 cas dans les économies externes si on postule l'indépendance de la firme par rapport aux autres industries (AI et AIL), et en supposant au contraire un lien étroit entre firmes d'une même industrie :

Particulières à l'industrie —

$I(F)$ — $I(F)$: Avantages d'une hausse de la production dans l'industrie au profit de ses firmes (économies d'échelle)
Ces économies doivent donc être "internes" à l'industrie

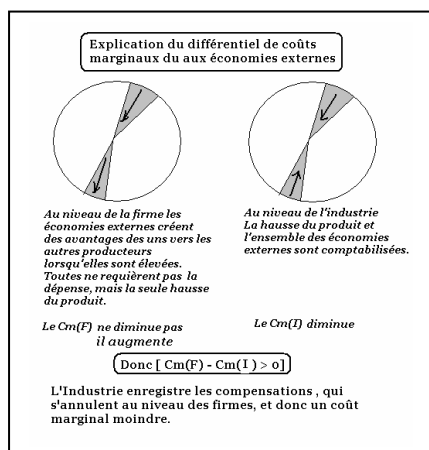


Propres à un groupe d'industries - - -

$I(F)$ — $A(IL)$ Et $I(F)$ — $A(I)$: Ce sont les avantages que tire l'industrie "du progrès général du milieu industriel", et du développement des "transports" et "communications". Elles sont les plus importantes selon Marshall dans le premier cas ou se forme un "groupe d'industries".

Pour Marshall, elles permettent d'expliquer la *différence* (constatée dans la réalité selon lui) des *coûts marginaux* : celui de la firme (C_{mF}) et celui de l'industrie (C_{mI}), telle que $C_{mI} < C_{mF}$.

Ce qui signifie que l'économie de coûts (du fait des économies externes) est toujours plus importante dans l'industrie, que pour chaque firme parmi les autres. Phénomène que l'on peut illustrer par ce schéma :



Car à l'équilibre il y a normalement « égalité de tous les coûts » : $CM_F = C_{mF} = C_{mI} = \text{Min } CM_I$. Il n'existe alors qu'un seul prix d'offre défini clairement par Sraffa comme le « prix qui est nécessaire de payer, afin que l'industrie puisse produire cette quantité de façon stable » (P.36). Il s'ensuit que les firmes bénéficiaires d'avantages (ou d'économie) peuvent être dites réaliser des « profits supra-normaux » ou « surplus ». L'ensemble étant compatible avec la CPP.

Les critiques de Sraffa sont alors les suivantes :

-Il est difficile de trouver dans la réalité des économies externes de ce type, sous les deux hypothèses du schéma.

-En fait toutes les industries profitent ensemble des mêmes avantages lorsqu'ils existent, notamment s'ils sont importants. En traiter pour une seule industrie est une hypothèse excessive.

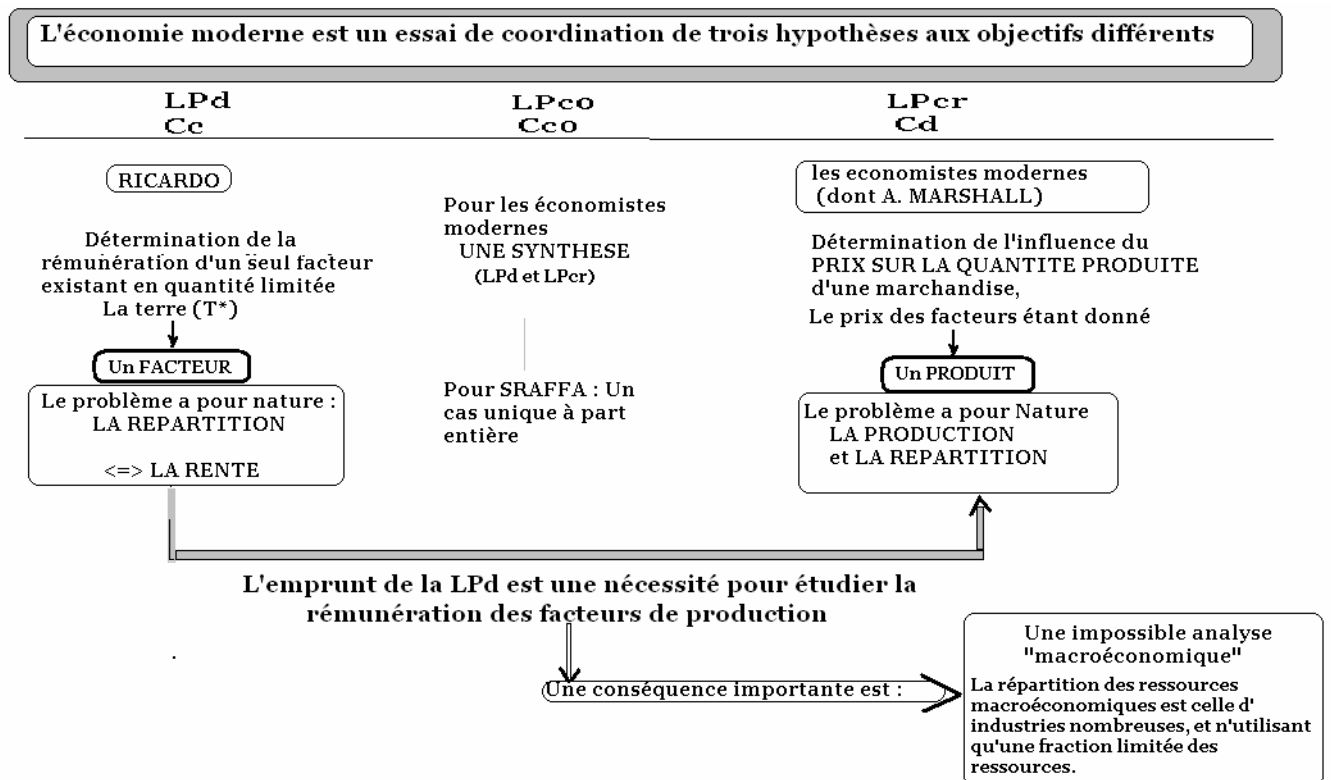
-La tendance aux coûts décroissants ne peut donc résulter des *économies externes*. On retrouve les mêmes conséquences que celles traitées pour les coûts croissants dans l'exemple du blé.

1135) Des « coûts constants » à l'impossible coordination des trois tendances (C_c , C_{c0} , C_d)

Pour définir les *coûts constants*, généralement les auteurs optent pour la conception de la synthèse, « la plus compliquée » dit Sraffa (dont les arguments sont suffisamment étayés). Parmi les auteurs : Marshall, Sigdwick, Le dictionnaire Palgrave : l'idée est celle d'une compensation exacte entre LP_d et LP_{cr} , et donc une « productivité constante » (résultat de deux forces qui s'équilibrent).

Mais explique Sraffa, le cas des coûts constant est un cas à part entière, ni une résultante, ni une probabilité. Ce sont selon lui, les deux autres cas, qui auraient un statut d'hypothèses. Il partage en cela le point de vue de Ricardo, selon lequel : « les marchandises sont généralement produites à coûts constants ». (P.49).

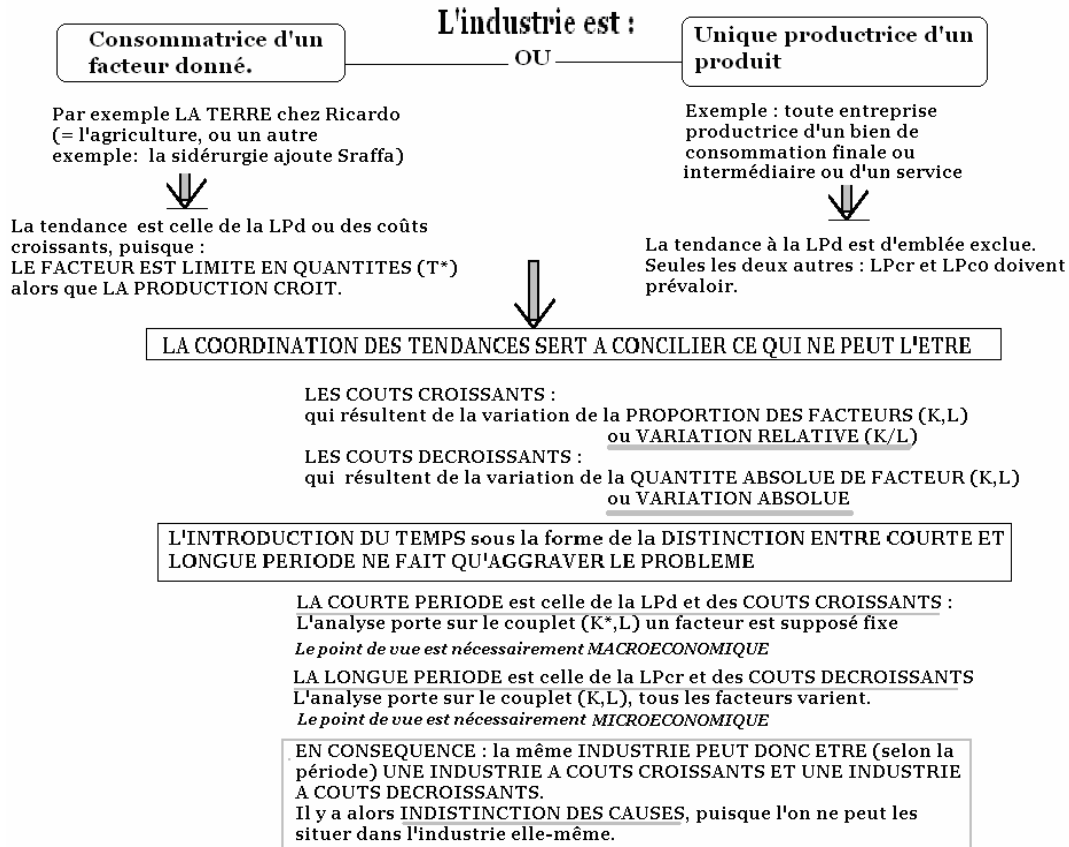
C'est donc l'ensemble de la démonstration dite des *coûts non proportionnels* qui est remise en cause. Ce qui s'explique par le fait que chacune des *tendances* possède ses propres *origines*, rendant impossible la *coordination* et par là, la *construction d'une courbe unique d'offre* adaptée à la symétrie exigée par la théorie de la valeur. Le diagramme ci-dessous expose ces causes et situe le problème de la coordination :



Parmi les raisons fondamentales soulignées par Sraffa pour expliquer les impasses de la méthode marshallienne figure *la signification du concept même d'« industrie »*². Son argumentation est la suivante :

² Au même titre on peut faire figurer « le critère de variabilité des coûts ».

Signification de "l'industrie" et divergence de point de vue



Comme le souligne aussi Henri Philipson, les deux points de vue du schéma sont « *radicalement hétérogènes* » (op. cit. P 259). Leur coordination possède un « *caractère trompeur* », que Sraffa réfute en suggérant de distinguer :

- « **rendements décroissants** » : tous les phénomènes qui relèvent d'un point de vue *macroéconomique* (au lieu de « *coûts croissants* »)
- « **coûts décroissants** » : ceux qui relèvent d'un point de vue *microéconomique* (au lieu de « *rendements croissants* »).

L'équivalence : [*rendements décroissants - coûts croissants*] et celle entre [*coûts décroissants - rendements croissants*] n'est en fait que *mathématique*, et non réelle, ainsi que l'article a pu le démontrer.

1136) Conclusion au paragraphe 113)

Formellement l'*équilibre partiel* de Marshall, établi sur la dimension quantitative de la réalité économique, est un édifice mathématique cohérent. Mais l'observation de la réalité économique, que souhaite Marshall, introduit *la qualité* (ou la *différenciation*). Or, celle-ci ne peut relever aussi simplement du réductionnisme mathématique. Par exemple :

- les coûts sont liés entre industries
- l'hypothèse d'une demande constante, ainsi que la quantité fixe des autres marchandises pour stabiliser l'équilibre « *ceteris paribus* »
- ou encore les *économies externes* etc...

De ce point de vue la conclusion de l'article de Sraffa est sans réserve : la réalité de l'industrie est, selon lui, celle du **monopole industriel** ; de même que la relation entre la dimension des firmes et la variation de leurs coûts prend tout son sens dans le cadre de **la théorie ricardienne de la valeur**.

Il n'existe pas selon Sraffa d'industrie ayant des rendements croissants ou décroissants. Un auteur important avait précédé Sraffa sur cette voie : CLAPMAN E., *On Empty Boxes*, *The Economic Journal*, 1922[C37].

La nouvelle voie ouverte par Sraffa dans « *The laws..* » est une conséquence logique de cette première démonstration. La détermination de la valeur (ou du prix) sur la seule base des coûts de production, comme la proposait l'économie classique, était plus pertinente. Mais plutôt que d'emprunter la voie de la libre concurrence pour la poursuivre, il est préférable de situer son approximation en adoptant la voie opposée, **celle du Monopole**. Sraffa propose alors les principes fondamentaux de l'analyse de la concurrence imparfaite, qui seront peu après ceux de **Joan Robinson et d'Edward Chamberlain**, (même si ce dernier travaillait de son côté).

L'histoire de la pensée économique a considéré l'article « *Sulle...* » de manière partagée.

On a insuffisamment souligné qu'il constitue la présentation la plus concise, rigoureuse et complète de la théorie marshallienne de l'offre, et partant de *la loi des rendements décroissants*. Même s'il est vrai que d'autres présentations, moins critiques existent (cf chapitre 10)

Critique destructrice ou replâtrage ? Les avis sont partagés. Nous avons quant à nous réunis tous les éléments susceptibles de faire admettre *la non essentialité de la loi de l'offre et de la demande dans la détermination du prix*. Si critique destructrice il peut se concevoir, c'est dans la pertinence de la reconstruction de la théorie ricardienne de la valeur au moyen du modèle de Sraffa qu'il faut la trouver. Ce modèle est l'aboutissement des deux articles, et démontre la *relation inverse entre « profit et salaire »*. Il débouche sur ce que Joan Robinson a pu appeler "**la suggestion prégnante**" **de Piero Sraffa, selon laquelle c'était la demande plus que l'augmentation des coûts marginaux qui déterminait le niveau de production des entreprises**.

Henri Denis a, pour sa part, souligné que nous trouvons là « *la pierre d'achoppement de l'école néo-classique* ». Il écrit :

« *Pourquoi, en effet, Walras et ses successeurs ont-ils besoin de l'hypothèse des coûts croissants, pour démontrer qu'il existe un équilibre général des prix ? Uniquement parce qu'ils veulent ramener le revenu du capital à un intérêt compris dans les coûts, ce qui les conduit à supposer que l'entrepreneur, distinct du capitaliste, prend pour but le montant global de « 'profit pur'..(...) » tandis que « L'école classique anglaise...admet, conformément à ce que l'expérience enseigne, que l'entreprise capitaliste prend pour but la maximisation du **taux de profit** de son capital propre (rapport du bénéfice au capital)...il faut donc, au moins dans un premier temps de l'analyse,...considérer comme revenu du capital la différence entre le chiffre d'affaires de l'entreprise et ses véritables dépenses de production (intérêts exclus) ... »*. Par conséquent c'est l'origine même de la symétrie Walrassienne et Marshallienne qui se trouve révélée et remise en cause : « *c'est-à-dire (...) .la fausse symétrie introduite par Say et Walras entre revenu du travail et revenu du capital* » (Henri Denis, op. cit., P 535/36– souligné dans le texte).[C38]

Néanmoins les partisans du **replâtrage** sont nombreux, à commencer par Schumpeter pour qui « *sa critique* (celle de Sraffa) *n'est pas aussi destructrice que Keynes semble l'avoir considérée* » (Schumpeter, cité par B. Delmas, op. cit. note 61 P 52). D'autres auteurs pensent la même chose. Ainsi, B. Delmas, penche t'il plutôt vers ce point de vue émis par G. Abraham Frois : « *en fin de compte, la critique de Sraffa a abouti à un replâtrage, et non à une destruction, de la théorie économique dominante qui semble avoir absorbé sans trop de mal les théories de la concurrence tant imparfaite que monopolistique* ». Ces théories, ajoute Delmas, sont bâties sur une autre théorie symétrique, dans laquelle à côté des coûts (Offre), la demande retrouve son rôle (prix de demande, et quantités).

Conclusion au chapitre 11 : vers plusieurs débats

En conclusion, on s'aperçoit ainsi que Sraffa a été au cœur, et largement l'instigateur, d'un débat profond, de nature à faire chavirer « *la théorie économique* ». A cela il faut ajouter sa prise de position sur l'économie mathématique, dans laquelle il n'avait pas confiance. C'est d'ailleurs dans ces termes qu'il résume son opposition à Marshall. Il écrit dans « *The Laws...* » :

« La maxime d'Edgeworth suivant laquelle "le fait de traiter les variables comme des constantes, est le vice caractéristique de l'économie non mathématique" peut aujourd'hui être inversée : les économistes mathématiciens ont été si loin dans la correction de ce vice qu'ils ne peuvent plus concevoir une constante qui ne soit le résultat de la compensation de deux variables opposées et d'égale force » (P. Sraffa : dans G. Faccarello, op. cit., note 6, P.57).[C39]

Ce débat a effectivement eu lieu et a pris l'allure historique d'une dispute entre les deux grandes Ecoles : Cambridge (UK) et Cambridge (Massachusetts) .

La détermination de l'équation du revenu et du système étalon sous forme matricielle

Par **Franck Van de Velde**

« Répartition et mesure du produit : Keynes et l'économie politique ricardienne »³ -

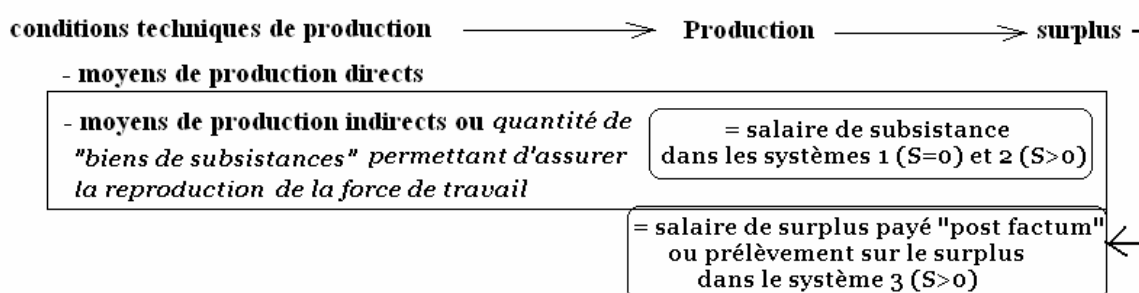
I) Introduction : Les fondements matriciels des modèles de Sraffa

Le système productif étudié par Sraffa est modélisé sous deux formes :

- Absence de surplus ou *état d'autoreproduction*
- Apparition d'un surplus destiné à rémunérer la propriété du capital sous la forme du profit, et qu'il s'agit d'expliquer.

Le travail apparaît dans les deux modèles par sa *rémunération* (le salaire noté w), mais de deux manières comme le montre la distinction du schéma ci-dessous entre les systèmes (1 et 2) d'un côté et (3) de l'autre.

Schéma général des systèmes 1, 2 et 3



Soit $A_{(n,n)}$, la matrice des coefficients techniques de production $a_{ij} = A_{ij} / A_i$ avec

A_{ij} = quantités de biens i , utilisée par la branche j ,

A_i production totale de biens i

Ces deux quantités sont supposées données dans le modèle.

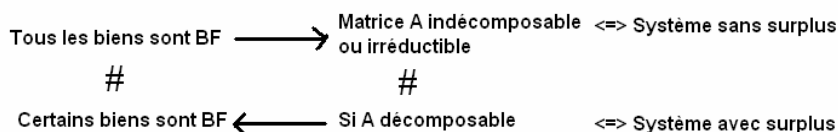
$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Soit les deux catégories de biens :

B_{NF} = moyens de production, ou autre bien, produits par une branche, utilisés uniquement par celle-ci = **Biens non fondamentaux**.

B_F = biens utilisés dans toutes les branches (= subsistances) = **Biens fondamentaux**.

Alors



En supposant par exemple le bien 1 non fondamental (BNF), la matrice s'écrit

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

On peut supposer qu'existe un ensemble de biens non fondamentaux tels que le bien 1, formant un sous ensemble de A.

³ Thèse pour le Doctorat – Chapitre I : « Répartition et évaluation : l'analyse classique des relations entre la répartition du revenu et l'évaluation du produit ».

Alors, la matrice carrée $\mathcal{A}(n,n)$ est dite indécomposable, si elle ne peut être mise au moyen de transformations élémentaires, sous la forme

$$\mathcal{A} = \left(\begin{array}{c|c} \text{AI,II} & \text{AI,II} \\ \hline 0 & \text{AII,II} \end{array} \right)$$

, c'est-à-dire décomposée en deux sous matrices, soit celle de la « 1ere ligne - 1ere colonne » ou matrice des BNF, et celle de la « seconde ligne -seconde colonne », celle des BF.

Une telle matrice peut être illustrée par l'exemple d'un système de production à 4 biens, soit : Deux biens 1 et 2 : BNF et deux biens 3 et 4 : BF. Les définitions ci-dessus permettent d'écrire la « reproduction » (terme impropre chez Sraffa qui raisonne en statique) du système sous la forme d'une matrice $\mathcal{A}(4,4)$ décomposable, soit :

$$\begin{array}{cccc} \text{sous système I (BNF)} & & & \\ \begin{array}{cccc} \text{A11} & \text{A12} & \text{A13} & \text{A14} \\ \text{A21} & \text{A22} & \text{A23} & \text{A24} \\ 0 & 0 & \text{A33} & \text{A34} \\ 0 & 0 & \text{A43} & \text{A44} \end{array} & = & \begin{array}{l} \text{A1} \\ \text{A2} \\ \text{A3} \\ \text{A4} \end{array} \\ \text{sous système II (BF)} & & & \end{array}$$

Le système productif se subdivise en deux sous systèmes I et II. L'équation d'équilibre du système I est l'égalité en ligne de la production totale et de la valeur des inputs. L'équation d'équilibre du système II en revanche nécessite **l'existence d'un surplus** dans au moins une branche (3 ou 4), puisque leur production est utilisée par les branches 1 et 2, et de plus elles s'échangent leur biens respectifs, soit :

$$A3 - (A33 + A43) = A13 + A23$$

$$A4 - (A44 + A34) = A14 + A24 \rightarrow \text{le surplus est lisible à droite de l'égalité et provient soit de 3 soit de 4, ou des deux.}$$

Ainsi, s'il est vrai que : tous les biens sont BF \implies absence de surplus (S=0)

Il y a par contre antinomie entre : absence de surplus macro et production de BNF (comme le montrent les deux sous systèmes ci-dessus). S'il en était ainsi, une solution du système serait celle de prix tous nuls, et donc celle d'une indétermination des rapports d'échange. D'où il viendrait que les biens en question n'étant pas rares, ne sont pas des biens économiques.

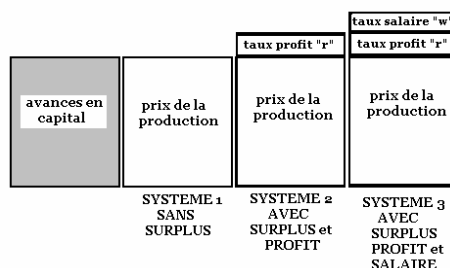
La leçon de l'irréductibilité ou « indécomposabilité » de \mathcal{A} est essentielle.

Système sans surplus (S=0) $\Leftrightarrow \mathcal{A}$ indécomposable. Ce qui permet de conclure à la stricte positivité des rapports d'échange.

Système avec surplus (S>0) $\Leftrightarrow \mathcal{A}$ indécomposable \implies unicité et stricte positivité du système de prix relatifs, et du taux de profit.

II) La construction des systèmes d'équation 2 et 3 sous forme matricielle

Les 3 systèmes d'équations successifs permettant la construction du système étalon



III) L'écriture du modèle avec surplus N° 3 sous forme matricielle (avec subdivision en 3.1 (ou 2) et 3.2 (ou 3))

III 1) Les variantes du système 3

Le modèle est unique et possède deux variantes suivant la définition du salaire.

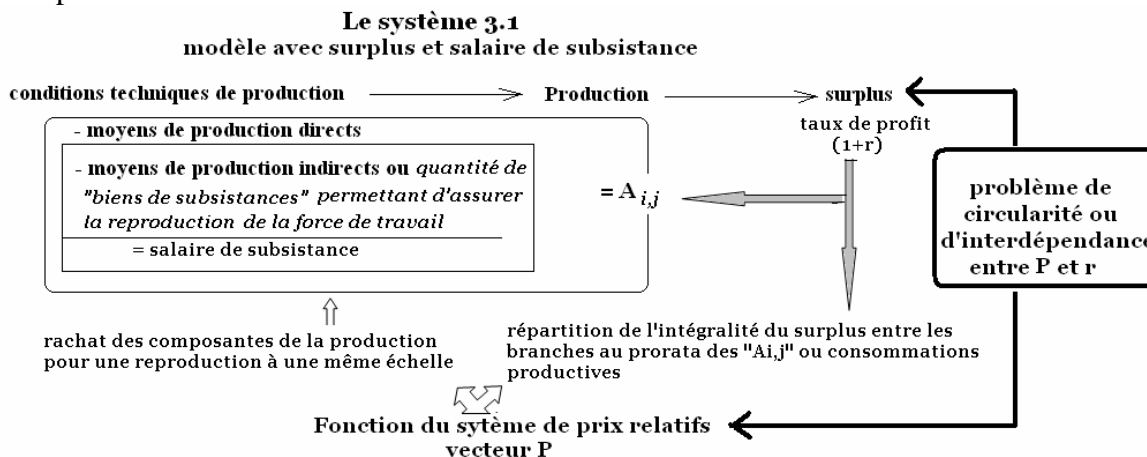
Définition du surplus (voir ci-dessus) : il existe au moins une marchandise dont la production excède la consommation productive.

On connaît la matrice des « a_{ij} » composée de n lignes et n colonnes, la matrice $\mathcal{A}(n,n)$. L'apparition d'un surplus ($S > 0$) nécessite un excédent de production, et s'écrit : $X \cdot \mathcal{A} \leq X$. Donc $X \neq \mathcal{A}_i$ **le vecteur des production (A,BK).**

Les deux variantes sont alors : système 3.1 ou N°2 : avec *salaire de subsistance* (au sens de Ricardo) ; et système 3.2 ou N° 3 au sens de Sraffa : avec *salaire payé post factum*.

III2) Le système 3.1 ou N°2 : avec salaire de subsistances.

Que doit permettre le système recherché des prix relatifs ? Il doit être solution à un problème d'interdépendance comme le montre le schéma ci-dessous.



Equation vectorielle représentative du système : $(1+r) \mathcal{A} P = P \Leftrightarrow \mathcal{A} P = (1/1+r) P$.

La démonstration doit être celle de l'existence d'un système unique de prix relatifs $P > 0$, et un seul taux de profit $r \geq 0$.

La résolution repose sur l'indécomposabilité de \mathcal{A} dont résultent :

- une plus grande valeur propre $0 < \lambda < 1$ associée à un vecteur propre $P > 0$,
- et : il existe $X \geq 0$, tel que $X \mathcal{A} \leq 1 \cdot A$

En choisissant $X_{(1,n)} = \mathcal{A}_i$ (vecteur des productions), on retrouve l'hypothèse de l'existence d'un surplus, donc un taux de profit positif et unique.

Au total, seules les conditions techniques de production (la matrice \mathcal{A}) déterminent les rapports d'échange et le taux de profit.

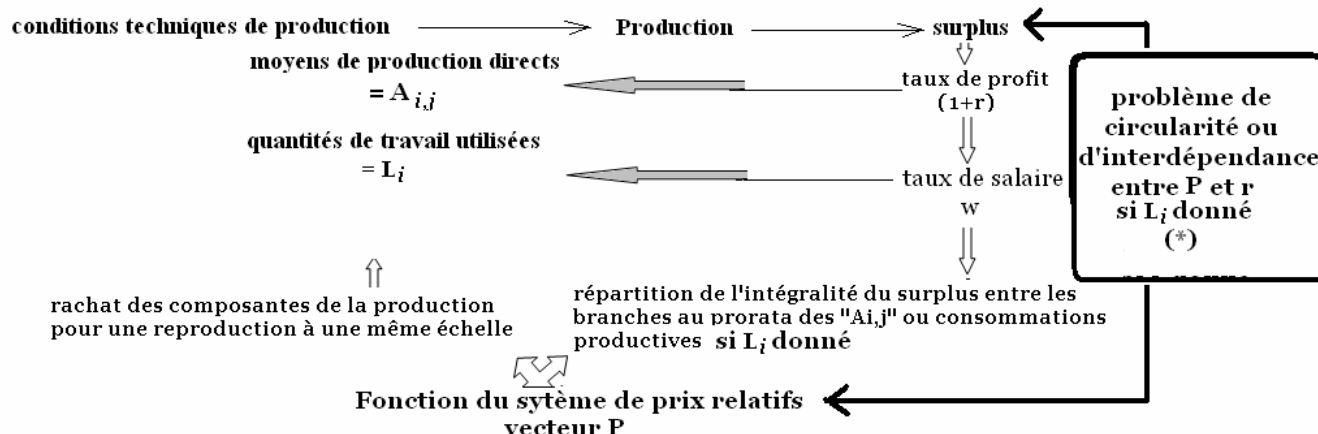
III3) Le système 3.2 ou N°3 : avec salaire payé « post factum ».

L'hypothèse sur le salaire

$\sum_i L_i = 1$ et donc la masse salariale $\sum_i w L_i = w \sum_i L_i = w$ la totalité du travail utilisé dans le système productif est l'unité de mesure des différentes quantités de travail utilisées par branche, et il est identique de raisonner sur la masse salariale ou le salaire unitaire.

Ce qu'il faut résoudre

Le système 3
modèle avec surplus et salaire de surplus payé "post factum"



(*) $\sum_i L_i = 1$ et donc la masse salariale $\sum_i wL_i = w \sum_i L_i = w$ est l'hypothèse de Sraffa

La résolution par l'introduction de l' « équation de dimension » ou « étalon »

L'équation « de production » générique s'écrit :

$(1+r) \left(\frac{A_{i1}}{A_i} p_1 + \dots + \frac{A_{ij}}{A_i} p_j + \dots + \frac{A_{in}}{A_i} p_n \right) + \frac{L_i}{A_i} w = p_i$ elle comporte la nécessité du rachat, et de la répartition du surplus proportionnellement aux $A_{i,j}$.

Le système comporte n « équations de production » de ce type, dont l'écriture matricielle est :

$(1+r) \mathcal{A} P + w L = P$ avec $A = \begin{pmatrix} A_{i1} \\ \vdots \\ A_{ij} \\ \vdots \\ A_{in} \end{pmatrix}$ et $L = \begin{pmatrix} L_i \end{pmatrix}$

Et 1 « équation de dimension » qui traduit le choix du produit net comme étalon, dont la valeur égale 1. Soit : $(\sum_j A_j - \sum_i A_{i,j}) p_j = 1$ ou en écriture matricielle : $X (I - \mathcal{A}) P = 1$. Donc :

écriture algébrique et matricielle du système 3

① $(1+r) \left(\frac{A_{i1}}{A_i} p_1 + \dots + \frac{A_{ij}}{A_i} p_j + \dots + \frac{A_{in}}{A_i} p_n \right) + \frac{L_i}{A_i} w = p_i \Leftrightarrow (1+r) \mathcal{A} P + w L = P$ ①

② $(\sum_j A_j - \sum_i A_{i,j}) p_j = 1 \Leftrightarrow X (I - \mathcal{A}) P = 1$ ②

ou $\Leftrightarrow r X \mathcal{A} P + w = 1$ ②'

L'équation de dimension ou "étalon" est indistinctement

- ② La valeur du produit net = 1 (prix du surplus = 1)
- ou ②' La valeur du produit net est égal à la somme du salaire global et du profit global (Revenu national = 1)

Le problème de l'interdépendance est celui entre P et r, L_i étant donné. Taux de profit et prix de production doivent donc être simultanément déterminés.

Le programme s'écrit donc (en choisissant 2') :

$(1+r) \mathcal{A} P + w L = P$
 $r X \mathcal{A} P + w = 1$

Il comporte $(n+1)$ équations (n de « production » et 1 de « dimension ») et $(n+2)$ inconnues (w et r). Il faut donc se donner 1 inconnue.

La résolution proprement dite selon les valeurs du taux de profit « r »

La résolution considère les trois cas : $r=0$, $w=0$, et $0 < r < R$ (avec R le taux maximum de profit)

Cas où $r=0$: il est appelé « *situation valeur* » et constitue la *solution au problème de la transformation des valeurs en prix de production* (Marx. Mais il s'agit d'une solution critique puisque liée à l'hypothèse d'un taux de profit nul, voir infra)).

Écriture du programme : $\mathcal{A} P + L = P$
 $w = 1$

On démontre que les prix de production sont alors égaux aux valeurs, la totalité du surplus allant au travail, comme chez Ricardo ou dans le problème de la transformation de Marx (qui est ici résolu). Il revient au même de dire que valeur et prix de production sont confondus.

La démonstration repose sur la propriété d'*indécomposabilité de \mathcal{A}* , et ses conséquences (celle du théorème de Perron-Frobenius). Soit : si $r=0 \Leftrightarrow$ absence de BNF (ou moyens de production)

\rightarrow la plus grande valeur propre $\lambda < 1$ et donc existe la matrice inverse $(I - \mathcal{A})^{-1} > 0$. Par conséquent $P \equiv (I - \mathcal{A})^{-1} L$: le système des prix assure la répartition de la totalité du surplus en proportion des quantités de travail, et il est déterminé par les seules conditions de production (\mathcal{A} et L).

Cas où $w=0$: il est appelé « *salaires de surplus nul* »

Le programme est celui des équations indicées « b », soit :

$\mathcal{A} P + L = P$ si tout le surplus est affecté au profit $\rightarrow 1_b = (1+r) \mathcal{A} P = P$ (c'est le symétrique, pour le profit, du système à « salaire de subsistance » - système 3.1- sorte de profit de subsistance)
 $X(I - \mathcal{A})P = 1$ équation de dimension (ou étalon) anciennement -2- notée -2_b-

La résolution est identique à celle du système 3.1, sauf que r étant nécessairement positif, on détermine le taux maximum de profit ou R . Il est déduit du calcul de la plus grande valeur propre de la matrice des coefficients de production $\lambda = (1/(1+R)) \rightarrow R = (1-\lambda) / \lambda$

Cas général : $0 < r < R$: nommé « *partage du surplus entre w et r* »

Il faut dans ce cas considérer les 3 situations possibles :

- 1- $r = r_0$ constant \rightarrow recherche de P et w interdépendants
- 2- si $w = w(r)$ (ou $=f(r)$) \rightarrow recherche des variations de w (soit Δw)
- 3- généralisation de la situation $r = 0$ et définition des prix comme « *coût de production* » ou comme *somme actualisée de quantités de travail datées* (Ricardo, Marx, Böhm-Bawerk).

Situation 1- Écriture du programme

(équation 1) $(1+r) \mathcal{A} P + w L = P$

(équation 2') $r X \mathcal{A} P + w = 1$

si $r = r_0$ on démontre que la relation salaire-prix de production s'écrit :

$w = \frac{1}{r_0 X \mathcal{A} \left(\frac{P}{w}\right) + 1}$ comme (P/w) a été calculé $\left[\frac{P}{w} = (I - (1+r)A)^{-1} L\right]$, on peut par remplacement

dans w , déterminer $w=f(r_0)$ et donc les *prix absolus*.

Conclusion : quel que soit $0 < r < R$ il existe $w > 0$ et un système de prix $P > 0$ et unique, déterminés par les conditions de la production et le niveau du partage du produit net (donné par $r=r_0$).

Situation 2- Δw pour $w=f(r)$ et $0 < r < R$

Le programme s'écrit :

$$\frac{P}{w} = (I - (1+r)A)^{-1} L$$

$$r X \mathcal{A} P + w = 1$$

En reportant la première équation dans la seconde on démontre *la covariation inverse du salaire w et du profit r* quel que soit l'étalon choisi : $0 \leq r \leq R \Leftrightarrow 1 \leq w \leq 0$

Situation 3- Généralisation et *réduction* et critique sraffaïenne du problème de la transformation des valeurs en prix de production chez Marx

Partant de la situation $r=r_0$ qui donnait

$$\frac{P}{w} = (I - (1+r)A)^{-1} L \Leftrightarrow P = (I - (1+r)A)^{-1} Lw, \text{ on en déduit le prix de production du bien } i,$$

comme la somme actualisée par le taux de profit du salaire dépensé pour produire une unité du bien i , soit :

$$P_i = w l_i + (1+r) l_{i1} + (1+r)^2 l_{i2} + \dots + (1+r)^p l_{ip}. \text{ Ce qui résume l'intégralité du cas général ci-dessus.}$$

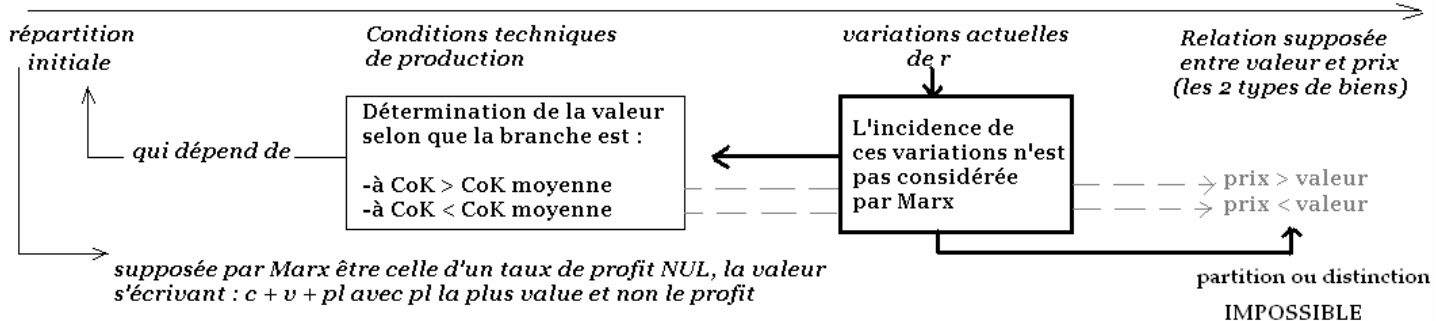
Ricardo, Marx et Böhm-Bawerk pensaient la détermination des prix sous cette forme, de quantités de travail datées.

Dans sa résolution du **problème de la transformation des valeurs en prix de production**, Marx utilisait cette réduction comme un moyen de subdiviser le système productif en deux types de biens :

- les biens dont le prix p_i varie avec r dans le même sens
- les biens dont le prix p_i varie avec r en sens opposé.

La critique de Sraffa consiste à nier la possibilité d'une telle subdivision, dès lors que *les conditions de la répartition* (le couplet $[r ; w=w(r)]$) changent. Il donne un exemple mathématiquement convaincant, et qui peut être introduit par un schéma, celui de la critique sraffaïenne au problème de la transformation.

LA CRITIQUE SRAFFAÏENNE DE LA TRANSFORMATION DES VALEURS EN PRIX DE PRODUCTION



MARX	SRAFFA	LA CRITIQUE DE SRAFFA
------	--------	-----------------------

L'impossibilité de la transformation dans le cas général n'est donc levée que si le taux de profit est nul, et si les conditions de la répartition (variation de r) n'ont aucune influence sur celle de la production.

L'exemple de Sraffa : soit une économie à deux biens A et B, à deux prix de production P_a et P_b . Soit les quantités de travail datées ou dépensées k périodes auparavant pour réaliser la production actuelle, et uniquement déterminées par les conditions techniques de production de l'ensemble des biens : l_{ak} et l_{bk} .

L'équation de chaque quantité étant (par exemple celle de A) :

$$l_{ak} = m_a A^{(k-1)} L \text{ (non actualisée par le taux de profit). Elle désigne la quantité de travail directement utilisée pour produire les moyens de production des moyens de production...des moyens de production nécessaires à la production d'une unité de A.}$$

Soit les hypothèses :

$$l_{a8} - l_{b8} = 20 \text{ (différentiel 8 périodes auparavant favorable à A)}$$

$$l_{b1} - l_{a1} = 19$$

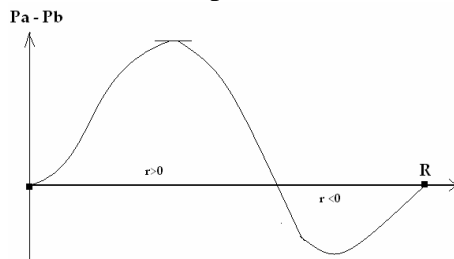
$$l_{b25} - l_{a25} = 1$$

Le profit maximum est supposé égal à $R = 1/4$

Alors, le différentiel actualisé par le taux de profit s'écrit dans l'ordre des hypothèses et en vertu de la somme actualisée par le taux de profit du salaire dépensé pour produire une unité du bien I , soit :

$$P_i = w l_i + (1+r) l_{i1} + (1+r)^2 l_{i2} \dots + (1+r)^p l_{ip} \dots$$

→ $P_a - P_b = 20 w (1+r)^8 + 19 w + w (1+r)^{25}$, qui est une fonction polynôme à une variable « r », qui admet un maximum et un minimum et dont la représentation est :



Le différentiel des prix de production est dépendant du choix initial de la valeur « $r=r_0$ » et des variations de r . La classification des biens est donc instable quel que soit l'étalon choisi.

Par exemple, en appelant α et β les quantités de A et B composant l'étalon, l'équation de dimension s'écrit : $\alpha P_a + \beta P_b = 1$.

Le programme s'écrit donc :

$$y = P_a - P_b$$

$$\alpha P_a + \beta P_b = 1$$

La solution en est : $P_a = \frac{1 + \beta y}{\alpha + \beta}$ - et - $P_b = \frac{1 - \alpha y}{\alpha + \beta}$

Aussi la variation de r ne conserve t'elle pas le différentiel stable, que l'on prenne le même niveau initial ou un niveau différent, comme par exemple :

niveau initial	variations		
↓	→		
r=r0	0%	15%	18%
	y augmente avec : Pa croissant Pb décroissant		y diminue avec : Pa décroissant Pb croissant
↓	→		
r=0% ou r=6%	0%	6% 8%	14%
	y augmente avec : (Pa/Pb) croissant		y diminue avec : (Pa/Pb) décroissant

La leçon porte bien sur l'impossible *transformation des valeurs en prix de production*, telle que la souhaitait Marx.

Quel que soit l'étalon choisi, lorsque varient les *conditions de la répartition*, on ne peut rien dire *a priori* des variations des prix des marchandises. On peut cependant toujours affirmer que les prix des biens varieront moins que celui de la force de travail. Puisque il n'existe aucun bien dont le prix augmente ou baisse plus que le salaire

L'équation du prix de production du bien i étant (voir supra) :

$$\frac{P_i}{w} = l_i + (1+r) l_{i1} + (1+r)^2 l_{i2} \dots + (1+r)^p l_{ip} \rightarrow \text{si } w \text{ augmente alors } r \text{ diminue et } \frac{P_i}{w} \text{ diminue.}$$

L'exemple de Sraffa, des quantités de travail datées ou dépensées k périodes auparavant pour réaliser la production actuelle, revient donc à considérer les salaires comme salaires actualisés par le taux de profit. La somme de ces salaires actualisés définit *le prix de production*. Se trouvent remis en cause par la démonstration :

- Le concept de *composition organique du capital* (Cok) nécessaire à la solution par Marx du problème de la transformation,
- Le concept d'*intensité capitaliste*, tel qu'il résulte du *calcul de la période moyenne de production* par Böhm-Bawerk, et repris ensuite par la théorie néo-classique.

III) Le système 4 ou « système étalon »

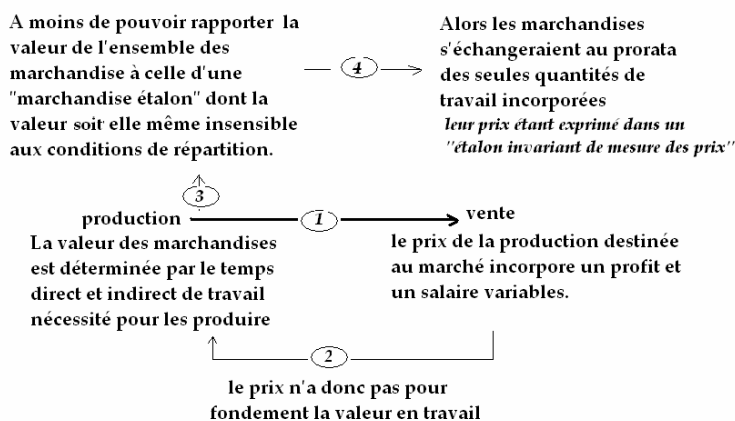
III1) Le système 4 et l'histoire de la pensée économique

Le système étalon de Sraffa est la solution mathématique au même problème posé de trois manières différentes :

- 1- celle de Ricardo : l'étalon comme étalon parfait de mesure de la valeur en travail
- 2- celle de Marx : l'étalon comme solution au problème de la transformation des valeurs en prix de production
- 3- celle de l'économie politique en général : l'étalon comme solution au problème des rapports entre salaire unitaire et taux de profit, c'est-à-dire de répartition.

III2) Le problème de l'étalon chez Ricardo

Le problème de l'étalon chez Ricardo

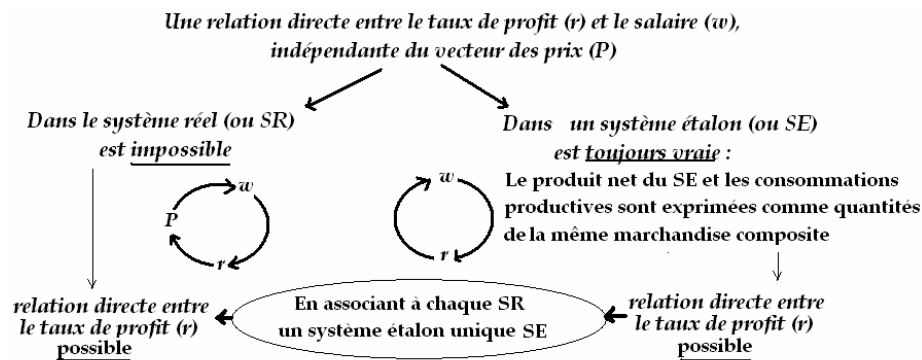


Le problème ricardien de l'étalon apparaît donc comme celui de la répartition, c'est-à-dire du rapport entre profit (ou rémunération de la propriété des moyens de production) et salaires (ou rémunération du travail), et non pas comme celui d'un étalon invariable de mesure à la manière de la physique. Or, c'est à ce dernier que pensait Ricardo lorsqu'il cherchait le fondement des prix *absolus*, et non relatifs des marchandises.

III3) L'étalon comme problème de répartition

Définition du problème par Mss J. Robinson : *dans une économie capitaliste, la mesure de ce qu'il y a à répartir dépend de la répartition elle-même*. Ou la valeur de ce qu'il y a à répartir change avec la répartition, à cause des prix de production des biens et du salaire, variables.

Définition matricielle du problème à partir du schéma ci-dessous :



L'écriture matricielle de l'impossibilité établie dans le schéma, est, partant de la définition :

Revenu national = profit + salaires = prix du surplus

$$\Leftrightarrow r (X A P) + w = X (I - A) P$$

Avec $(X A P)$ = prix des moyens de production

$r (X A P)$ = profit global

L'équation de dimension est par définition stable : $r (X A P) + w = 1 = X (I - A) P$

Donc le salaire global = $1 - r (X A P)$

La leçon est : la variation du salaire global dépend directement de « r » (le taux de profit) et indirectement de $(X A P)$ donc de P , le vecteur des prix.

Ce qu'il y a à répartir $X (I - A) P$ change de valeur lorsque l'un des éléments constitutif de la répartition $[r (X A P) + w]$ se modifie, donc lorsque se modifient les prix (P).

La solution à l'impossibilité par la marchandise composite

Soit le programme :

$$r (X A P) + w = 1 \text{ (voir supra)}$$

$XP - (X A P) = 1$ (produit brut - prix des moyens de production = 1 = produit net ou équation de dimension)

Il suffit que dans cette seconde équation les combinaisons des consommations productives soient dans les mêmes proportions dans toutes les branches, pour que les prix deviennent une constante, et donc que

$X = X A$. La marchandise composite est ainsi formée (son expression exacte est donnée plus loin).

En se reportant à la première équation on constate alors que les variations du salaire (w) deviennent directement fonction des variations du taux de profit (r) : soit $w = f(r)$ (ou $w = w(r)$)

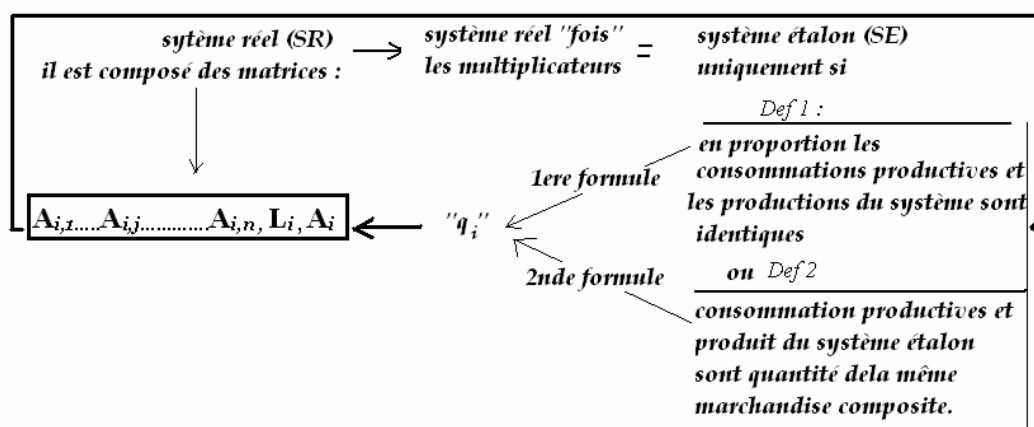
Définitions du système étalon (SE) et passage du système réel (SR) au système étalon (SE)

La solution précédente montre deux relations définissant le système étalon suivant deux définitions :

- 1- Def 1 : production brute (X) et consommations productives ($A P$) sont quantité d'une même marchandise composite,
- 2- Def 2 : le rapport de la quantité produite (X) aux quantités consommées productivement (A) est le même dans toutes les branches du système étalon.

L'association d'un système étalon à un système réel (ou passage de l'un à l'autre) utilise des multiplicateurs notés q_i . Le schéma de passage est le suivant :

Le passage d'un système à l'autre et le rôle des multiplicateurs "q_i"



Le mode de calcul des multiplicateurs est double (voir exemple traité plus bas):

Première formule déduite de la définition 1 du (SE) :

$$\frac{\sum_{i=1}^n q_i A_{i,j}}{\sum_{i=1}^n A_{i,k}} = \frac{q_j A_j}{q_k A_k} \quad (\text{pour tout couple } (j,k)).$$

A gauche : le rapport des quantités de bien j, et k,

utilisées dans le SR pondérées par le multiplicateur « q_i ». A droite le rapport des productions de j, et k, pondérées par le multiplicateur « q_i ».

Seconde formule déduite de la définition 2 du (SE) :

$$\frac{q_j A_j}{\sum_{i=1}^n q_i A_{i,j}} = \frac{q_k A_k}{\sum_{i=1}^n q_i A_{i,k}} \quad (\text{quels que soit } j, \text{ et } k).$$

Au numérateur de chaque expression figure le

produit total de chaque marchandise. Ce numérateur peut donc être transformé en produit net pour une autre formule, soit :

$$\frac{q_j A_j - \sum_{i=1}^n q_i A_{i,j}}{\sum_{i=1}^n q_i A_{i,j}} = \frac{q_k A_k - \sum_{i=1}^n q_i A_{i,k}}{\sum_{i=1}^n q_i A_{i,k}} = \text{rapport identique pour toutes les marchandises. Chaque}$$

produit net est rapporté à la même marchandise composite dans le (SE), soit : $\sum_{i=1}^n q_i A_{i,j}$

La résolution matricielle du système étalon après simplification des rapports

En notant R, la valeur de chacun des rapports précédents, on a pour la j^{ième} équation :

$$\frac{q_j A_j - \sum_{i=1}^n q_i A_{i,j}}{\sum_{i=1}^n q_i A_{i,j}} = R \rightarrow \text{résoudre c'est déterminer } R \text{ et } q_i. \text{ En changeant de membre et}$$

sachant que les coefficient A_{i,j} ont pour valeur A_{i,j} = a_{i,j} × A_i, chaque rapport devient :
 $q_j A_j = (1+r) (\sum_i q_i A_{i,j}) a_{i,j}$

En adoptant une écriture matricielle où q_jA_j = Y (une matrice des productions), la résolution consiste à déterminer Y et R partant de l'équation matricielle : $Y = (1+R) Y \mathcal{A}$

Soit $Y \mathcal{A} = (1+R) Y$.

La solution existe en vertu du théorème de Perron Froebenius ou de l'indécomposabilité de la matrice \mathcal{A} et ses conséquences :

- Il existe un couple $(1/1+r ; Y)$ solution de l'équation avec $Y > 0$ et $(1/1+r) > 0$
- Chaque rapport R est positif ($R > 0$) (la plus grande valeur propre de \mathcal{A} est < 1 et donc $[0 < (1/1+r) < R]$).
- Il existe donc un *surplus* ($Y > 0$) dont le *taux de rendement* est un *profit positif* ($R > 0$). Et puisque $Y > 0$, alors à chaque système réel ne peut être associé qu'un unique système étalon, sous une contrainte à choisir telle que les deux systèmes (SR et SE) utilisent les mêmes quantités totales de travail ($Y_L = X_L = 1$).

Exemple de détermination des multiplicateurs « q_i » et donc d'équivalence entre Y et X

L'économie est réduite à 2 biens a et b , dont les productions sont représentées par le SR :

$$200a \quad 20b \quad 10h \quad \text{====>} \quad 400a$$

$$50a \quad 20b \quad 10h \quad \text{====>} \quad 40b$$

La matrice carrée des consommations productives s'écrit :

$$\mathcal{A}_{(2,2)} = \left\{ \begin{array}{cc} 200/400 = 1/2 & 20/400 = 1/20 \\ 50/40 = 5/4 & 20/40 = 1/2 \end{array} \right\}$$

La plus grande valeur propre $\lambda = 3/4$. Les vecteurs propres associés à λ et donc les vecteurs des niveaux de production du (SE) : $Y = (Y_1, Y_2)$ vérifient donc l'équation $Y_1 = 5 Y_2$.

Or, dans le SR les vecteurs des niveaux de production $X = (X_1, X_2)$ vérifient l'équation $X_1 = 10 X_2$

Par conséquent les coefficients multiplicateurs sont les nombres permettant le passage de SE à SR ou de Y à X, soit $5Y_1 = 10X_1$ et donc $q_2 = 2q_1$.

IV) La relation inverse entre *taux de profit* et *taux de salaire*

La relation directe entre w et r dans le système étalon

$$Y \mathcal{A} = (1+R) Y \Leftrightarrow Y \mathcal{A} = (1/1+R) Y \text{ (après développement et changement de membre)}$$

Les matrices du système étalon sont alors :

$Y(1,n)$ niveaux de production

$\mathcal{A}(n,n)$ *coefficients de production identiques au SR*

$L(n,1)$ dépenses en quantités de travail par unité de produit identiques pour SE et SR

$P(n,i)$ Les prix de production

Sont vérifiées les équations :

-Des unités de mesure :

équation 1 $\rightarrow Y L = 1$ L'unité de mesure des quantités de travail est la quantité totale de travail dépensée dans le système

équation 2 $\rightarrow Y (I - A) P = 1$ Le produit net du système étalon est étalon de mesure des prix et du salaire

-De définition de l'étalon :

$$\text{équation 3} \rightarrow Y \mathcal{A} = (1/1+R) Y$$

La démonstration de la relation directe entre w et r est alors :

$$\text{équation 2} \rightarrow Y (I - A) P = 1 \Leftrightarrow \mathbf{2'} \rightarrow Y P - Y A P = 1 \text{ soit } Y P = 1 + Y A P$$

$$\text{équation 3} \rightarrow Y \mathcal{A} = (1/1+R) Y \text{ en multipliant par } P \Leftrightarrow \mathbf{3'} \rightarrow Y \mathcal{A} P = (1/1+R) Y P$$

$$\text{soit } Y P = (1+R) Y A P$$

Donc $\mathbf{2'} = \mathbf{3'}$ soit : $Y P = 1 + Y A P = (1+R) Y A P$ et donc $Y A P = 1/R$

Or, l'équation de dimension $\mathbf{2}$ peut s'écrire : $Y (I - A) P \equiv r Y A P + w Y L = 1$

Comme par hypothèse les quantités de travail utilisées dans le système étalon sont supposées identiques à celles du système réel (voir supra) : $\sum_i q_i A_i L_i = \sum_j A_j L_j = 1 \Leftrightarrow Y L = X L = 1$, alors $Y L = 1$

En remplaçant dans $r Y A P + w Y L = 1 \rightarrow r Y A P + w = 1$ et donc : $r Y A P = 1 - w$

En reportant dans $Y A P = 1/R \Leftrightarrow \mathbf{r = R (1 - w)}$ **la relation directe indépendante des prix (P) entre les taux de salaire (w) et de profit (r)** où :

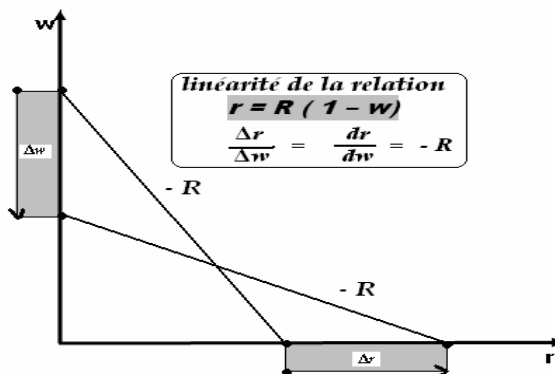
r = taux de profit (*profit total / capital constant avancé*)

w = salaire (*unitaire ou global*)

R = *taux de profit maximum correspondant à un salaire nul* et qui est la mesure du rendement de l'ensemble du système productif (R croît si un a_{ij} diminue ou si la productivité apparente du travail augmente, soit si un l_i augmente).

Les particularités de cette relation sont :

- de ne refléter que les seules conditions techniques de la production (coefficients a_{ij}), sans influence des quantités de travail utilisées,
- d'être *linéaire* : la variation de r liée à celle de w est indépendante de l'état initial de la répartition.



Mais, plus le salaire initial est élevé, plus est grande l'augmentation de r due à une baisse de w (Une baisse de 5% de w , selon que le salaire initial est de 1000 ou de 100 induit une hausse de r de 95%, mais égal à 950 dans le premier cas, et à 95 dans le second). Soit

élasticité du taux de profit par rapport au taux de salaire

$$\frac{\frac{dr}{r}}{\frac{dw}{w}} = \frac{dr}{dw} \times \frac{w}{r} = \frac{dr}{dw} \times \frac{w}{R(1-w)} = -R \times \frac{w}{R-wR} = \frac{w}{1-w}$$

- de ne valoir pour le SR qu'à condition de prendre pour étalon $Y (I - A) P = 1$ et donc lorsque (cf le schéma de la construction de l'étalon)

pour SE : $Y (I - A) P \equiv r Y A P + w Y L = 1$ tandis que

pour SR : $X (I - A) P = r (X A P) + w \# 1$

Et il n'est pas possible d'établir les deux égalités en même temps.

Ce qui relève d'une *conception classique* de la production et de la répartition.

L'économie *néo-classique* en revanche considère qu'il n'existe qu'une seule marchandise dans le système réel, sous les formes différentes de capital, de produit et de surplus. Elle confond d'emblée le système réel avec un système étalon, et fait donc disparaître *le problème de l'étalon de mesure*.

Les deux raffinements du modèle

Dans l'économie réelle les quantités de travail utilisées ne sont pas uniforme du point de vue de la qualité (ou qualification) du travail selon les branches. Il existe une hiérarchie des salaires. De même les taux de profit par branche diffèrent-ils suivant la composition technique du capital utilisé.

Franck Van de Velde démontre que le modèle peut intégrer sans conséquences la différenciation des travaux selon la qualification. Ce raffinement est toutefois « *formel et sans grand intérêt* ».

Tandis que le modèle ne peut intégrer la différenciation des profits par branche. Par conséquent *l'uniformité ou égalité des taux de profits par branche est une condition sine qua non pour construire le système étalon*.

Le système 3.2 – Application – (CF Franck Van de Velde – op. cit)

L'économie est réduite à deux branches A et B, productrices de deux biens, respectivement a et b. Les prestations de consommations productives entre ces branches sont réciproques. Dans chaque branche une part de la quantité totale de travail (la part nommée l_i du modèle), supposée égale à 1 ($L = \sum l_i = 1$), est utilisée. Le système de production et d'échange est initialement le suivant :

Branche	Consommations productives		quantités de travail	Production
A	100a	50b	3/5 L	300a
B	100a	100b	2/5 L	225b

Le système est donc composé de :

- ($n= 2$) *équations de production* (a et b)
- Plus 1 *équation de dimension* (ou étalon de mesure) : le produit net à déterminer
- ($n=2 + 2$) *inconnues* : soit ($n=2$) *prix de production* (x et y), plus 2 inconnues : le salaire w, et le taux de profit r.

Il est donc nécessaire d'égaliser le nombre d'équations et le nombre d'inconnues en se donnant la valeur de l'une des inconnues : soit $w = 3/5$ du produit net. Soit au total un système de $n+1$ équations et $n+1$ inconnues et qui admet donc une solution.

Détermination de l'équation de dimension, celle du *Produit Net global* ou *Surplus*

Formellement l'équation est égale à :

$$\left(\begin{array}{c} \Sigma A_j \\ \text{production totale} \\ - \Sigma A_{ij} \\ \text{consommations} \\ \text{productives} \end{array} \right) \times \begin{array}{c} P \\ \text{ponderées par les prix} \end{array} = 1$$

Soit

	A	B
$A_j \times P$	300 x	225 y
$A_{ij} \times P$	-200 x	-150 y
Total	100 x	75 y
	Produit Net	
	ou Equation de dimension	

Il est alors possible d'écrire le programme, établi sous la forme matricielle (voir Annexe ci-dessus)

(équation 1) $(1+r) \mathcal{A} P + w L = P$

(équation 2') $r X \mathcal{A} P + w = 1$

Programme qui s'écrit sous forme algébrique ($L = 1$ et $w = 3/5$ du produit net) :

$(100x + 50y)(1+r) + 3/5 [3/5 (100x + 75y)] = 300 x$

$(100x + 100y)(1+r) + 2/5 [3/5 (100x + 75y)] = 225 y$

Nous savons que \mathcal{A} étant indécomposable il existe un système de prix $P > 0$ et un taux de profit r unique et > 0 .

La résolution du système donne en effet : $r = 1/5$ et les prix de production : $x/y = 29/48$

Le cas particulier de la « situation valeur » ou solution au problème de la transformation des valeurs en prix de production : cas où le taux de profit $r = 0$.

Le système se limite à :

$3/5 [3/5 (100x + 75y)] = 300 x$

$2/5 [3/5 (100x + 75y)] = 225 y$

Il admet pour solutions les prix de production $(x/y) = 21/48$.

Dans cette hypothèse les prix sont déterminés par les seules quantités de travail, et l'intégralité du produit net est constituée par les salaires.

La situation valeur : cas où "r = 0"

Branches	consommation productives			valeur du produit	Produit net PN	Salaires part "w" du PN
	a consommé	b consommé	Total a et b			
A	1900	1400	3300	5700	2400	2400
B	1900	2800	4700	6300	1600	1600
				12000	4000	4000
				produit total	produit net	salaires

